219

THESE

présentée

A L'UNIVERSITE DE PARIS-SUD

CENTRE D'ORSAY

Pour obtenir le titre de Docteur-Ingénieur

par

PETETROT Jean-François
Ingénieur E.S.E.

Modélisation d'un générateur de vapeur pour centrale nucléaire

Soutenue le 27 juin 1974 devant la Commission d'Examen

MM. BLANC-LAPIERRE — Président

PICINBONO
VIAULT
LEROY
COUDERT
} Examinateurs

ORSAY

SERIE A

N° D'ordre : 219

THESE

présentée

A L'UNIVERSITE DE PARIS-SUD

CENTRE D'ORSAY

Pour obtenir le titre de Docteur-Ingénieur

par

PETETROT Jean-François

Ingénieur E.S.E.

Modélisation d'un générateur de vapeur pour centrale nucléaire

Soutenue le 27 juin 1974 devant la Commission d'Examen

MM. BLANC-LAPIERRE — Président

PICINBONO
VIAULT
LEROY
COUDERT — Examinateurs

UNIV.
LEIDEN
BIBL.

AVANT - PROPOS

Le travail présenté dans ce mémoire a été effectué au Service d'Automatique de l'Ecole Supérieure d'Electricité sur un contrat de recherche entre la Société FRAMATOME et l'ESE, sous la direction de Monsieur le Professeur A. BLANC-LAPIERRE, Membre de l'Académie des Sciences, Directeur de l'ESE, auquel j'exprime toute ma gratitude pour m'avoir permis d'entreprendre mes recherches. Je suis particulièrement sensible au grand honneur qu'il me fait en acceptant la Présidence du Jury.

Je remercie très vivement Monsieur le Professeur PICINBONO d'avoir bien voulu accepter de participer au jury d'examen.

Je tiens à remercier personnellement Monsieur VIAULT, Chef du Service d'Automatique de l'ESE, pour la confiance qu'il m'a témoignée en me proposant ce sujet d'études.

Monsieur LEROY, Chef du Département Etudes Systèmes à la Société FRAMATOME, et Monsieur COUDERT, Chef de la Section Etudes de Fonctionnement dans la même Société, qui ont bien voulu faire partie du jury, trouvent ici l'expression de ma profonde gratitude. Mes remerciements vont également à Monsieur GONNET, Chef de la Section Etudes Thermiques à la Société FRAMATOME.

Qu'il me soit permis aussi de remercier Madame ARNAC, à laquelle je dois la réalisation matérielle de ce mémoire.

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41542722_0011

SOMMAIRE

	Page
- Chapitre I - INTRODUCTION	1
1.1. - Généralités	1
1.2. - Principe des centrales nucléaires à eau pressurisée	1
1.3. - Buts de l'étude entreprise	7
1.4. - Elaboration du modèle	8
1.5. - Difficultés d'une étude expérimentale en laboratoire	9
1.6. - Conclusions	11
- Chapitre II - ETUDE DES MODELES EXISTANTS	12
2.1. - Etude des émulsions liquide-vapeur	12
2.2. - Etude des modèles existants	18
2.3. - Conclusion	22
- Chapitre III - ETABLISSEMENT DES EQUATIONS DU MODELE	23
3.1. - Hypothèses générales	23
3.2. - Discussion des équations en écoulement diphasique	30
3.3. - Equations du modèle et corrélations utilisées	33
3.4. - Méthodes numériques - Programmation	46
- Chapitre IV - DEVELOPPEMENT ET APPLICATION DU MODELE EN REGIME PERMANENT	48
4.1. - Organisation du calcul	48
4.2. - Résultats	54
4.3. - Conclusion	61

Page

- Chapitre V - DEVELOPPEMENT ET APPLICATION DU MODELE EN REGIME TRANSITOIRE 64

5.1. - Organisation du calcul 65

5.2. - Application à l'étude de la stabilité de fonctionnement 71

5.3. - Application à la régulation du niveau d'eau à faible charge 83

- CONCLUSION 91

A N N E X E S

A. Equation générale de conservation de l'énergie.

B. Calcul de la pression secondaire en régime transitoire.

C. Corrélations utilisées.

D. Etude de la stabilité du schéma d'intégration de l'équation de l'énergie (régime permanent).

E. Etude de la stabilité du schéma d'intégration de l'équation de l'énergie (régime transitoire).

F. Dérivateurs numériques.

- BIBLIOGRAPHIE

TERMES USUELS RELATIFS AUX ECOULEMENTS DIPHASIQUES

- (Les trois termes suivants sont relatifs à une section donnée).

- La qualité est le rapport entre le débit massique de vapeur et le débit total.

- La fraction de vide (ou taux de vide) est le rapport entre la surface occupée par la vapeur et la surface totale.

- Le glissement est le rapport entre la vitesse moyenne de la phase vapeur et celle de la phase liquide.

Dans le texte, les mots : générateur de vapeur et évaporateur sont équivalents.

NOTATIONS

ρ	=	masse volumique
ρ_ℓ	=	masse volumique de l'eau saturée
ρ_v	=	masse volumique de la vapeur saturée
U	=	vitesse
U_ℓ	=	vitesse de l'eau
U_v	=	vitesse de la vapeur
G	=	densité de débit (ρu)
g	=	accélération de la pesanteur
z	=	cote (comptée à partir de la plaque tubulaire)
α	=	fraction de vide
γ	=	glissement
X	=	qualité
h	=	enthalpie spécifique
h_ℓ	=	enthalpie spécifique de l'eau saturée
h_v	=	enthalpie spécifique de la vapeur saturée
h_{EP}	=	enthalpie spécifique primaire à l'entrée
D	=	débit (masse)
D_h	=	diamètre hydraulique
A	=	section
ℓ	=	longueur équivalente du faisceau tubulaire
P	=	pression
Q	=	puissance par unité de volume
Q_l	=	puissance par unité de longueur

F = perte de charge par frottement par unité de longueur

f = coefficient de perte de charge par frottement (rapporté au diamètre hydraulique),

N_u = nombre de Nusselt

P_r = nombre de Prandtl

R_e = nombre de Reynolds

R_T = résistance thermique

INDICES :

P = primaire

S = secondaire

P_1 = branche chaude primaire

P_2 = branche froide primaire

a = alimentation

CHAPITRE 1

INTRODUCTION

1.1. GENERALITES

Le but de cette étude est de développer un modèle mathématique de générateur de vapeur. Le modèle obtenu s'appliquera plus particulièrement aux évaporateurs utilisés dans les centrales nucléaires pressurisées à eau légère. Moyennant quelques modifications, le modèle pourrait néanmoins simuler d'autres types de générateurs, tels ceux employés dans les centrales classiques, qu'elles fonctionnent au fuel ou au charbon. Nous allons décrire brièvement le principe des centrales nucléaires à eau pressurisée (PWR), de manière à préciser le rôle du générateur de vapeur dans ce type d'installation.

1.2. PRINCIPE DES CENTRALES NUCLEAIRES A EAU PRESSURISEE

(PWR : Pressurized Water Reactor)

Les premiers réacteurs de ce type ont été étudiés et utilisés pour la propulsion navale, principalement dans les sous-marins. Ces réacteurs ont ensuite été utilisés pour produire de l'électricité. On trouvera dans (44) une étude relativement détaillée des différents composants de ces réacteurs.

La centrale peut être décomposée en deux boucles, une boucle primaire et une boucle secondaire, le générateur de vapeur transmettant la puissance calorifique de l'une à l'autre. (Figure 1.1.).

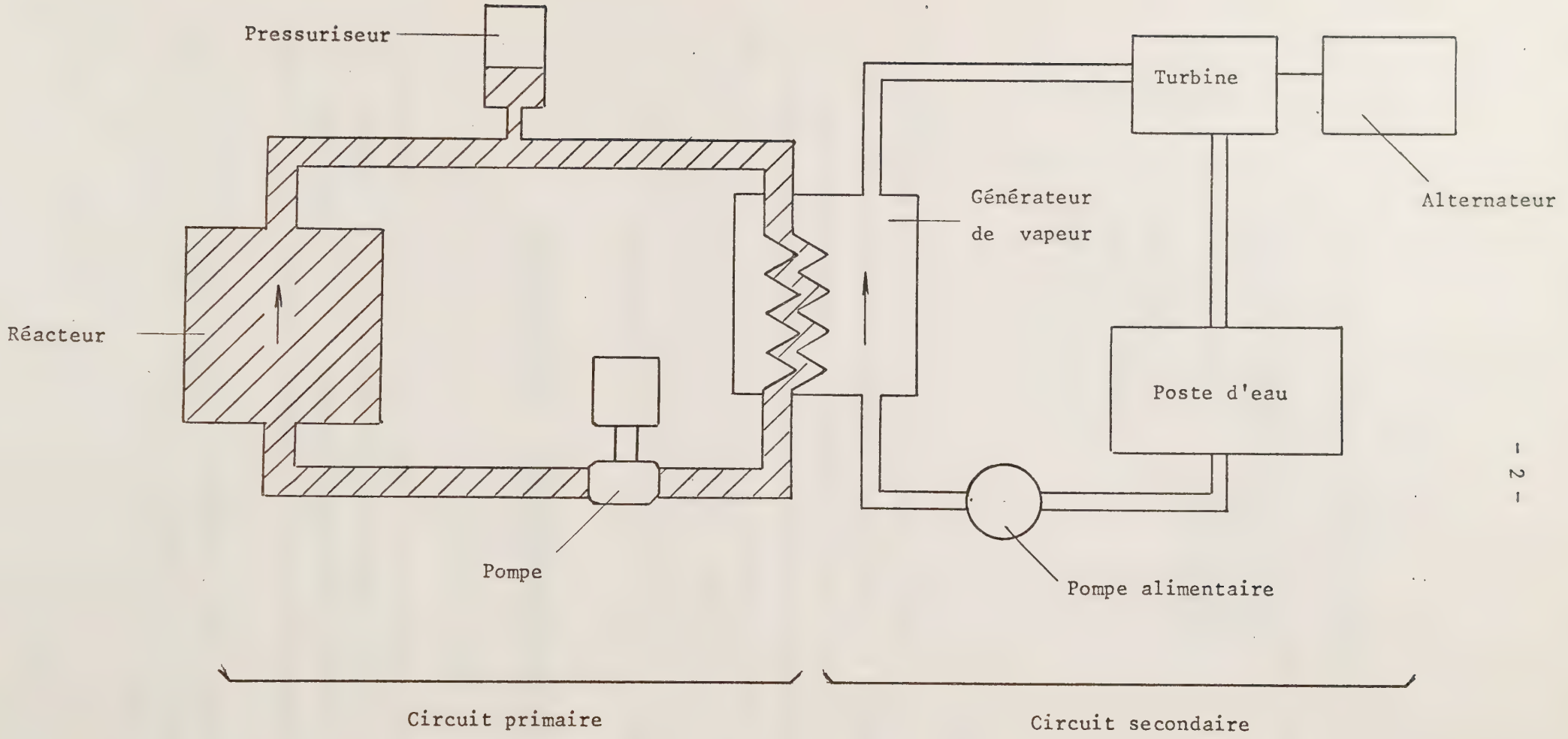


Figure 1.1. Centrale nucléaire à eau pressurisée

1.2.1. *Description de la boucle primaire*

Cette boucle se compose du réacteur, du pressuriseur, et du circuit primaire du générateur de vapeur. Elle est parcourue, en circuit fermé, par un réfrigérant (eau légère) assurant le transfert de l'énergie calorifique du réacteur au générateur de vapeur. Ce circuit est maintenu sous une pression suffisante pour empêcher toute ébullition de l'eau primaire. Le pressuriseur permet d'absorber les variations du volume de l'eau, contenue dans le primaire, lorsque sa température moyenne varie.

1.2.2. *Description de la boucle secondaire*

Cette boucle se compose de la partie secondaire du générateur de vapeur, de la turbine, du condenseur, et du poste d'eau. Dans le générateur de vapeur, l'eau primaire transmet sa chaleur à l'eau secondaire. La pression du circuit secondaire, inférieure à celle du circuit primaire, permet l'ébullition de l'eau secondaire. La vapeur produite, après utilisation dans la turbine, est condensée, puis réinjectée dans le générateur de vapeur. Ayant situé le rôle de l'évaporateur dans la centrale, nous allons préciser maintenant sa description.

1.2.3. *Description du générateur de vapeur* - (*figure 1.2.*)

Etude succincte du fonctionnement

Le circuit primaire se compose d'un faisceau de tubes en U inversé, assurant l'échange thermique avec le secondaire, et de deux boîtes à eau.

Le circuit secondaire est du type à circulation naturelle, employé fréquemment et depuis longtemps dans toutes sortes de chaudières. L'eau, stockée dans un ballon, dans un état proche de la saturation, est envoyée par un canal de descente (downcomer) à la base du faisceau tubulaire. Remontant ensuite le long du faisceau, l'eau se vaporise en partie. Au sommet du faisceau, un séparateur à cyclone permet de dissocier les deux constituants de l'émulsion :

- la vapeur est stockée dans la partie supérieure du ballon (dôme de vapeur)
- l'eau liquide est renvoyée dans le ballon, où elle réchauffe partiellement l'eau d'alimentation.

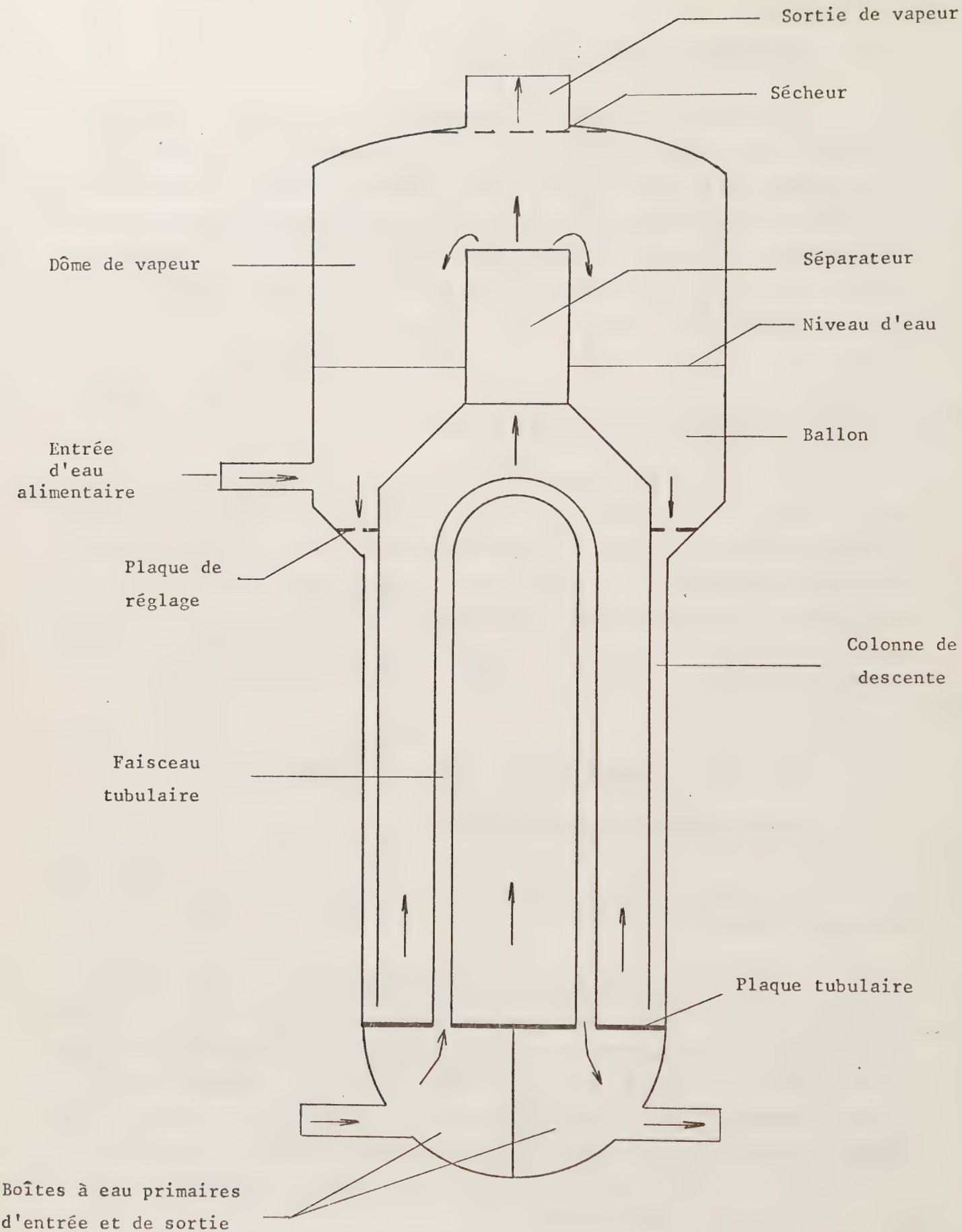
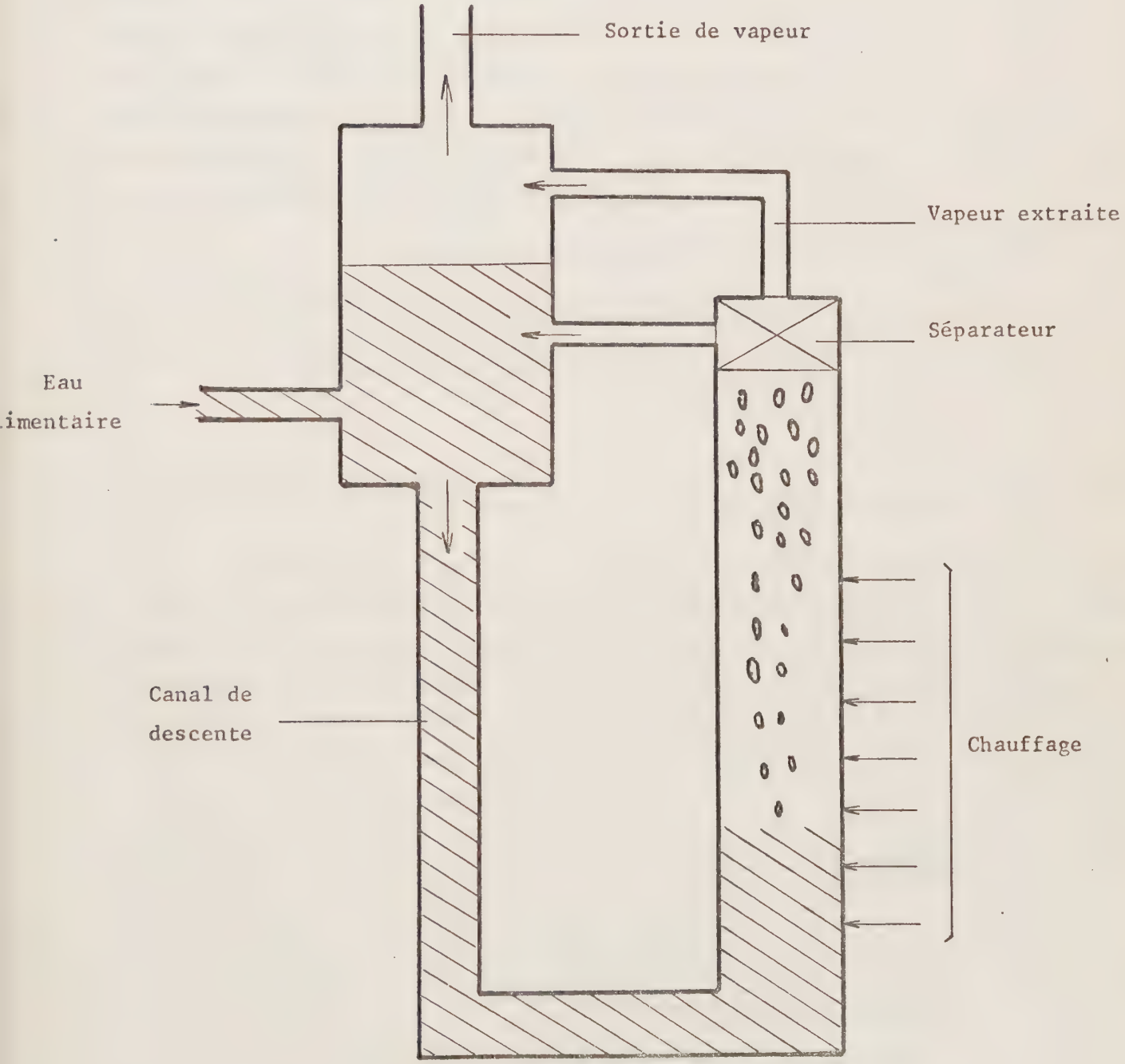


Figure 1.2. Générateur de vapeur (à circulation naturelle)

Un sécheur de vapeur permet d'abaisser à une valeur très faible le taux d'humidité de la vapeur envoyée à la turbine. La variation de la masse volumique de l'émulsion au cours de son parcours le long de la boucle constitue le phénomène moteur de la circulation. Celle-ci, n'étant assistée d'aucune pompe, est dite à circulation naturelle. (Figure 1.3.).



1.3. REPRESENTATION SIMPLIFIEE DU GENERATEUR DE VAPEUR

Deux paramètres sont généralement utilisés pour définir l'état du générateur :

- le taux de recirculation : rapport entre le débit entrant dans la colonne de descente, au débit alimentaire. Il est ajusté (à la construction) par une plaque de réglage, située au sommet de la colonne de descente, qui se comporte comme un diaphragme. Son rôle est de diminuer le débit de recirculation, en introduisant une perte de charge supplémentaire. (Figure 1.2.)

- la cote bouillante : cote du point où la température de l'eau atteint la température de saturation, comptée à partir de la plaque tubulaire.

Valeurs numériques :

Nous donnons ci-dessous quelques valeurs numériques correspondant aux générateurs de vapeur de la centrale de Fessenheim, actuellement en construction. Nous effectuerons sur ces données les applications des chapitres IV et V. De plus, elles nous serviront à justifier certaines hypothèses dans le chapitre III. Ces valeurs correspondent au régime nominal.

Géométrie :

- Surface d'échange primaire-secondaire : 4800 m^2
- Hauteur équivalente du faisceau tubulaire : 10.113 m
- Niveau d'eau normal : 12.85 m
  (par rapport à la base du faisceau tubulaire).

Circuit primaire :

- Température d'entrée : 322°C
- Température de sortie : 285°C
- Débit : 4230 kg/s
- Pression : 155 bars

Circuit secondaire :

- Débit vapeur : 490 kg/s
- Pression (suivant encrassement du faisceau tubulaire) : 59 - 54 bars
- Débit dans le canal chauffant ≃ 1300 kg/s
  (Dépend du coefficient de perte de charge de la plaque de réglage)
- Température de l'eau alimentaire : 216°C

1.3. BUTS DE L'ETUDE ENTREPRISE

Ayant précisé, dans le paragraphe précédent, le fonctionnement du générateur de vapeur étudié, nous allons indiquer maintenant le but de notre étude. Comme tout processus, l'évaporateur considéré peut se caractériser, en employant le langage de l'Automatique, par les relations existant entre les entrées et les sorties du système. S'agissant d'un processus multivariable, la répartition entre "entrées" et "sorties" est quelque peu arbitraire. Il est possible, par exemple, de considérer le débit de vapeur comme une "entrée" , la pression de vapeur étant alors une "sortie" , ou vice versa. Nous adopterons la classification suivante, qui est celle employée effectivement par notre modèle :

Entrées :
- débit primaire
- pression primaire
- température d'entrée primaire
- débit alimentaire
- température alimentaire
- débit de vapeur

Sorties : - pression secondaire
- température de sortie primaire
- niveau d'eau

Le but de notre étude apparaît donc clairement. Il s'agit, connaissant les entrées du processus en fonction du temps de calculer les variables de sortie. Le programme fournira aussi, comme sous-produit, d'autres variables internes, comme le taux de recirculation.

Le modèle sera utilisé par la société FRAMATOME, pour étudier la régulation du niveau de l'eau, en particulier à faible charge, c'est-à-dire à faible débit de vapeur. Il est bien connu (7), (21), (45), que cette régulation est difficile à réaliser. Nous reviendrons plus tard sur cette question, mais il est intéressant de constater que la difficulté du problème augmente avec la puissance nominale du générateur du moins en ce qui concerne les centrales thermiques chauffées au fuel. M.M. LECRIQUE et QUENTIN (45) ont montré en particulier que l'augmentation de la puissance des générateurs de vapeur n'a pas été suivie par une augmentation proportionnelle du volume d'eau emmagasiné dans le ballon. A pleine puissance, à alimentation nulle, le ballon seul peut alimenter le générateur de vapeur, pendant 90s pour 125 MW, 55s pour 600 MW, 40s pour le générateur étudié (890 MW). Selon les auteurs, il en résulte que, plus la puissance unitaire est importante, plus il est intéressant d'étudier ce problème.

Ayant précisé la finalité de notre travail, nous allons indiquer au paragraphe suivant la méthode utilisée.

1.4. *ELABORATION DU MODELE*

Comme le montrera le paragraphe 1.5., une étude expérimentale en laboratoire serait difficile et coûteuse. Comme d'autre part, aucune installation de ce genre n'est en fonctionnement en France à l'heure actuelle, la seule approche possible du problème est une étude théorique fondée sur une analyse physique du processus.

Après avoir effectué un certain nombre de simplifications, la méthode consiste à intégrer les équations (principalement aux dérivées partielles) régissant le processus. A ces équations, doivent être adjointes des corrélations disponibles dans la littérature technique (par exemple : estimation des coefficients d'échange thermique), et des tables fournissant les diverses propriétés de l'eau et de la vapeur, en fonction de la température et de la pression.

L'intégration directe des équations étant impossible, il est nécessaire de faire appel à un calculateur. Nous avons choisi un calculateur numérique pour diverses raisons :

- nombre élevé de variables
- tables des propriétés de l'eau et de la vapeur disponibles sous forme de programmes numériques
- possibilité d'incorporer le programme dans un ensemble simulant numériquement les autres parties d'une centrale (réacteur, poste d'eau, turbine).

1.5. DIFFICULTES D'UNE ETUDE EXPERIMENTALE EN LABORATOIRE

On se propose dans ce paragraphe d'indiquer les raisons pour lesquelles une étude expérimentale n'a pas été tentée.

1.5.1. Difficultés pratiques

Il existe trois possibilités pour étudier les systèmes impliquant l'utilisation de mélanges liquide-vapeur :

- utilisation de l'eau
- utilisation d'autres fluides
- utilisation d'émulsions eau-air.

1.5.1.1. Choix de l'eau

Pour se rapprocher des conditions d'utilisation du modèle, une pression élevée est nécessaire. En effet, à faible pression, l'écoulement liquide-vapeur

peut ne pas suivre les mêmes lois, ainsi que nous le verrons au chapitre 2. D'autre part, la chaleur de vaporisation relativement élevée de l'eau, nécessite, pour le même débit de vapeur, une puissance plus grande que pour d'autres liquides. Enfin, une puissance installée relativement faible ne nécessitera qu'un débit alimentaire très faible lui aussi, difficile et coûteux à mesurer (débitmètre à ultrasons, ou électromagnétique).

En conclusion, un modèle expérimental, même à échelle faible, serait relativement coûteux.

1.5.1.2. *Choix d'autres fluides*

On pourrait utiliser d'autres fluides se vaporisant plus facilement que l'eau. Il est possible d'utiliser des pressions plus faibles, ce qui ouvre la possibilité d'une étude visuelle des phénomènes avec des boucles transparentes. (39).

Malheureusement, il est connu qu'on ne peut pas effectuer la transposition, par analogie, des paramètres hydrauliques et thermiques avec une précision identique pour tous (12).

1.5.1.3. *Choix des émulsions eau-air*

Il est possible de simuler les écoulements liquide-vapeur par des émulsions eau-air. L'installation est relativement simple, et la teneur en air de l'émulsion est facilement réglable.

Cette technique présente certains inconvénients. En particulier, les échanges de masse et d'énergie entre phases ne sont pas représentés. Cette troisième méthode n'est donc pas entièrement satisfaisante.

1.5.2. *Difficultés d'interprétation des expériences*

Le processus étudié n'est pas simple et présente même le maximum de difficultés que l'on peut rencontrer dans le domaine de l'identification. Le système est un système multivariable . Il possède six entrées et trois sorties. (1.3.). Le modèle obtenu devant couvrir une large plage de fonctionnement, il est nécessaire de tenir compte des non linéarités. Enfin le processus est du genre "à paramètres répartis": les temps de propagation des perturbations à l'intérieur du système ne sont pas négligeables. Les trois remarques précédentes montrent les difficultés que nous aurions rencontrées pour parvenir à un modèle en effectuant une identification à base expérimentale, si elle avait été possible.

De plus, les méthodes pratiques d'identification des systèmes non linéaires ne sont développées à l'heure actuelle que dans des cas particuliers. Les méthodes générales sont généralement trop lourdes d'emploi pour être utilisées effectivement. (Développement en série de VOLTERRA par exemple).

1.6. CONCLUSIONS

Ce premier chapitre avait pour but de présenter le problème posé, et le principe de la méthode utilisée pour le résoudre. Nous avons vu que la seule voie possible est une modélisation utilisant une description physique du processus. Le modèle obtenu permettra d'étudier, en simulation, les régulations nécessaires (régulation de niveau et de pression). Il permettra aussi d'étudier l'incidence de certains paramètres géométriques ou hydrauliques, qui serait difficile à déterminer expérimentalement, le nombre de modifications que l'on peut faire subir à un système réel étant évidemment assez limité.

CHAPITRE II

ETUDE DES MODELES EXISTANTS

L'étude des modèles existants revêt une importance très grande dans notre travail, puisque, comme indiqué au chapitre précédent, il ne nous a pas été possible d'effectuer une étude expérimentale. Il est donc justifié de lui consacrer un chapitre entier.

Cette étude a été menée dans deux directions complémentaires. Nous nous somme d'abord intéressés aux différentes théories relatives aux émulsions liquide - vapeur. Ensuite, l'étude plus ou moins approfondie de différents modèles de générateurs de vapeur nous a montré ce qui a déjà été effectué dans ce domaine. Sur ces deux plans, la littérature technique est relativement riche. Les écoulements liquide - vapeur interviennent en effet dans toutes les chaudières, quel que soit le mode de chauffage et aussi dans les réacteurs nucléaires à eau bouillante.

2.1. ETUDE DES EMULSIONS LIQUIDE - VAPEUR

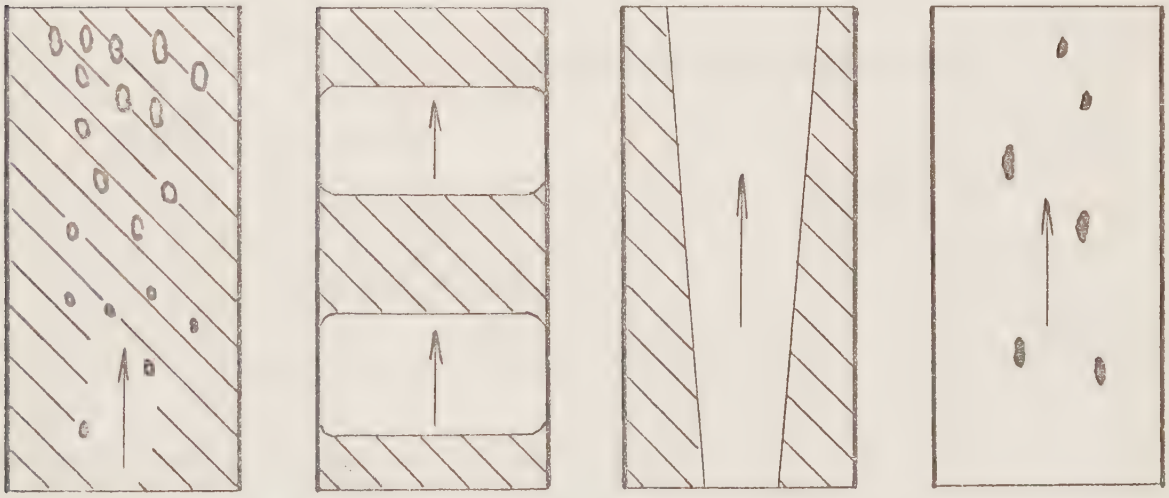
L'étude des écoulements liquide - vapeur en émulsion peut être effectuée selon deux points de vue différents. On peut étudier, à échelle microscopique, le comportement d'une bulle de vapeur entourée de liquide. Ce premier point de vue sert parfois de point de départ aux justifications théoriques de corrélations obtenues expérimentalement, mais n'est pas utile pour notre travail. Le second point de vue consiste à étudier, à échelle

macroscopique, non plus une bulle de vapeur isolée, mais une population. Il est possible alors de développer, théoriquement ou empiriquement, des corrélations permettant le calcul de toutes les caractéristiques d'un écoulement liquide - vapeur. L'ouvrage de L.S. TONG (72) en contient un assez grand nombre.

Les paragraphes qui suivent, ne prétendent aucunement être une étude exhaustive du sujet. Il s'agit simplement d'indiquer quelques méthodes permettant de caractériser et de calculer l'écoulement d'une émulsion liquide - vapeur. Cette étude servira de base à la définition de notre modèle, au cours du chapitre suivant.

2.1.1. *Configurations d'écoulement*

On peut distinguer schématiquement quatre configurations d'écoulement. (72), (28), (figure 2.1.).



Ecoulement à bulles (bubbly flow) | Ecoulement en bouchons (slug flow) | Ecoulement annulaire (annular flow) | Ecoulement en brouillard (mist flow)

2.1. *Configurations d'écoulement*

Les deux cas extrêmes sont l'écoulement à bulles où la phase vapeur est dispersée dans la phase liquide, et l'écoulement en brouillard, qui est le cas inverse. L'écoulement en bouchons, où les deux phases se présentent alternativement, se rencontre pour des vitesses relativement lentes et des flux de chaleur à la paroi assez faibles. Comme le rappelle M. LEDINEGG (46), le cas le plus fréquent dans les générateurs de vapeur industriels est l'écoulement annulaire, où la vapeur se rassemble au centre de la conduite. (Densité de débit supérieure à : 55 kg/m^2 s). On constate dans ce cas que les deux phases sont animées de vitesses différentes. On définit alors le glissement égal au rapport des vitesses moyennes de la vapeur et du liquide dans une section donnée.

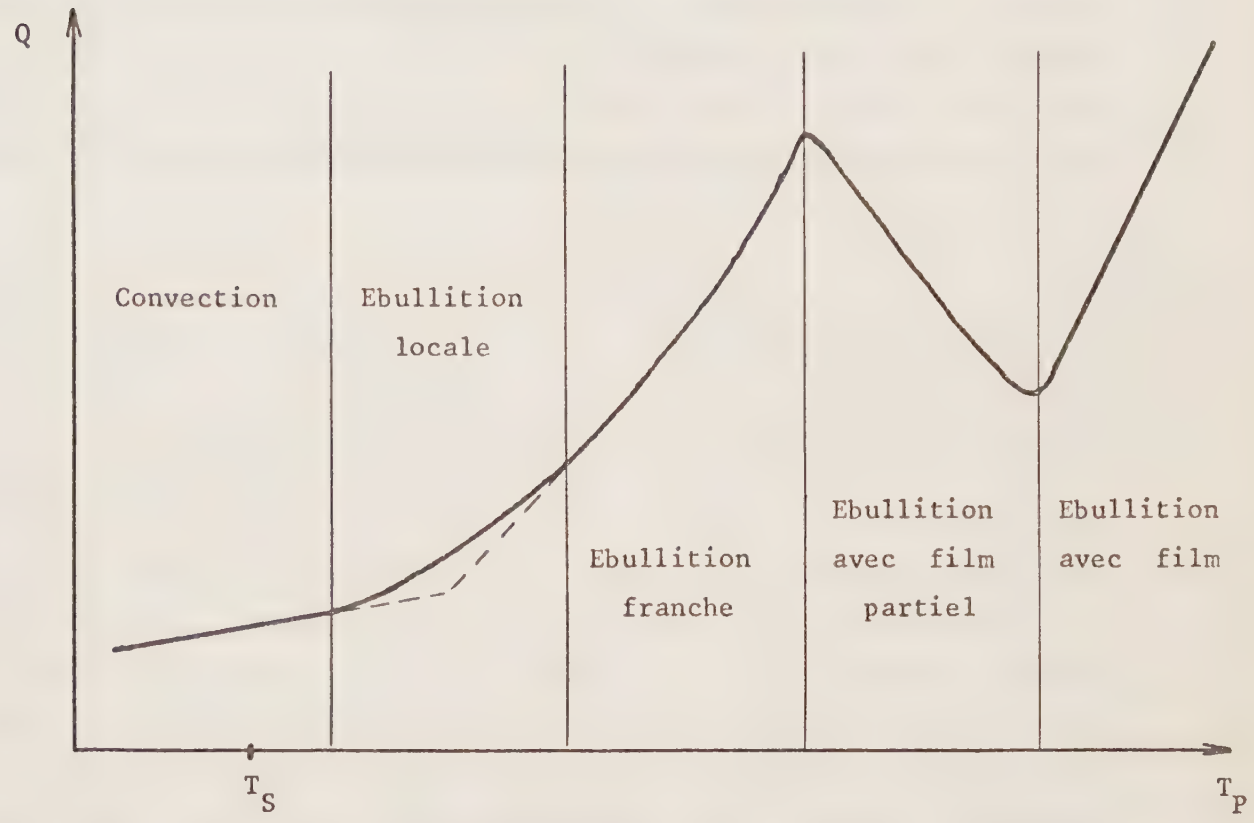
La séparation entre ces différentes configurations d'écoulement n'est pas aussi nette dans la réalité. Elle dépend en fait de plusieurs facteurs dont en particulier : pression, qualité, débit, flux de chaleur transmis par la paroi. Nous vérifierons dans la suite que la condition indiquée par M. LEDINEGG est effectivement remplie par le générateur étudié. Nous emploieron donc un modèle annulaire avec glissement.

2.1.2. *Régimes de transfert thermique*

On distingue cinq types de transfert thermique entre une paroi et une émulsion :

- convection
- ébullition locale
  des bulles de vapeur se forment au voisinage de la paroi, mais la masse du liquide n'est pas saturée
- ébullition franche
  la température du liquide est égale à la température de saturation
- ébullition avec film partiel
  l'ébullition est instable. La paroi est recouverte alternativement par l'eau et par la vapeur
- ébullition avec film
  un film de vapeur recouvre la paroi.

Comme indiqué à la figure 2.2., le flux transmis présente un maximum (flux critique) et un minimum relatifs. Pour chaque régime d'ébullition, il existe un grand nombre de corrélations. (cf 71,72).



2.2. *REGIMES D'EBULLITION*

Q = Flux thermique

T_p = Température de la paroi

T_S = Température de saturation de l'eau.

En toute rigueur, les corrélations ne sont valables qu'en régime établi. En régime transitoire, le transfert de chaleur a été étudié par W.C. PETERSON et al. (37) (52) 69), FLORSCHUETZ et OWENS (32), JOHNSON (42). Les deux premiers auteurs n'ont étudié expérimentalement le phénomène qu'à la pression atmosphérique. La validité de leurs résultats pour des pressions plus élevées n'est donc pas prouvée. JOHNSON a effectué, dans le cas de l'eau, des expériences

couvrant une large gamme de pression (10 bars - 140 bars) et de vitesses (0,3m/s - 4,5m/s). Il a utilisé des flux de chaleur variant exponentiellement avec le temps. Selon cet auteur, le coefficient de transfert de chaleur peut être calculé avec une bonne précision par les corrélations valables en régime établi, sous réserve que la constante de temps des exponentielles soit supérieure à 5ms. Il en résulte que, dans le cas des générateurs de vapeur industriels, le coefficient de transfert thermique peut être calculé en régime transitoire de la même manière qu'en régime permanent, (ou : établi).

2.1.3. *Pertes de charge*

Dans le cas d'un écoulement liquide - vapeur, la perte de charge par frottement est supérieure à celle qui correspondrait à l'écoulement du même débit uniquement sous forme liquide. Pour un écoulement annulaire, ou homogène (écoulement annulaire où le glissement est égal à l'unité), la méthode consiste à calculer d'abord la perte de charge due à l'écoulement liquide seul. La valeur obtenue est ensuite multipliée par un coefficient dépendant de la qualité de l'émulsion. Citons les corrélations de MARTINELLI - NELSON, LEVY, MARCHATERRE, REYNOLDS, MENDLER (72), ARMAND (3), (4).

Il serait extrêmement difficile d'établir une comparaison générale entre ces corrélations. Elles se présentent en effet sous des formes analytiques différentes, et la seule possibilité est une comparaison numérique, mais le nombre de paramètres à prendre en compte est trop élevé. (Pression, qualité, débit, diamètre hydraulique).

2.1.4. *Taux de vide*

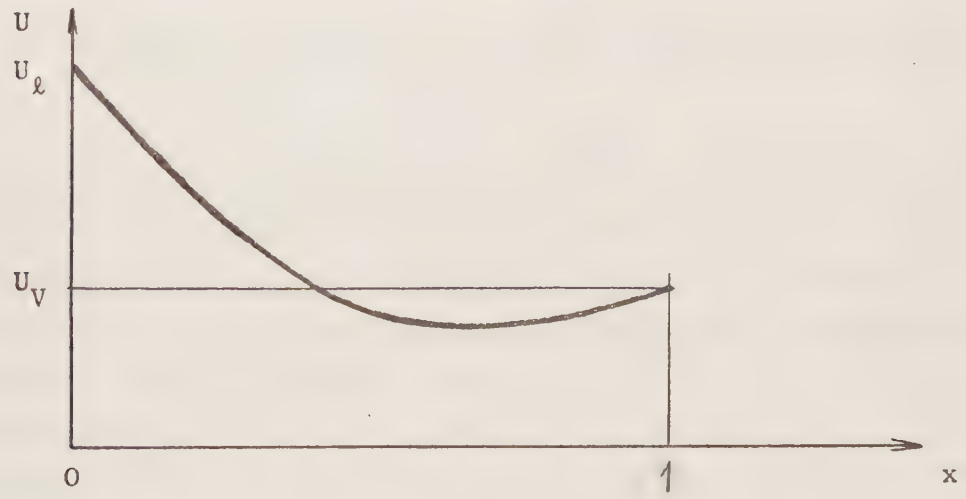
Des corrélations permettent de calculer la fraction de vide à partir de la qualité, ou vice versa. On peut utiliser les corrélations de :

MARTINELLI - NELSON, BANKOFF, MARCHATERRE (72), ARMAND (3), (4). L'hypothèse d'équilibre thermodynamique entre phases, généralement admise, permet de calculer le glissement à partir de la fraction de vide et de la qualité.

A notre connaissance, ces corrélations, bien qu'établies en régime permanent, sont toujours utilisées en régime transitoire, de même que celles indiquées au paragraphe précédent.

2.1.5. *Vitesse du son dans les émulsions liquide - vapeur*

La vitesse de propagation des perturbations de pression (vitesse du son) a été étudiée notamment par A.L. DAVIES (22), R.G. EWANS et S.W. GOUSE (27), R. MARCHAL (50). Elle dépend du niveau de la pression, de la qualité de l'émulsion, et aussi du déséquilibre entre phases, s'il existe. Elle présente, dans le cas où il y a équilibre entre les deux phases, un minimum lorsque la qualité varie. (fig. 2.3.).



2.3. *ALLURE DES VARIATIONS DE LA VITESSE DU SON EN FONCTION DE LA QUALITE*

U : vitesse du son

U_1 : vitesse du son dans le liquide

U_V : vitesse du son dans la vapeur sèche

X : qualité

Selon A.L. DAVIES et R. MARCHAL, pour des pressions supérieures à 50 bars la vitesse minimale est de l'ordre de 30m/s. Bien que cette valeur soit relativement petite, nous verrons que l'écoulement dans le générateur étudié est largement subsonique. De plus, compte tenu des dimensions du générateur de vapeur considéré (hauteur du faisceau de l'ordre de 10m), il est justifié de ne pas tenir compte du temps de propagation des perturbations de pression dans le système.

2.1.6. *Remarque*

Comme le souligne L.S. TONG (72), il est essentiel de considérer l'intervalle de définition de chaque corrélation. Toute tentative d'extrapolation pourrait conduire à d'importantes inexactitudes.

2.2. *ETUDE DES MODELES EXISTANTS*

Pour l'étude des modèles, nous pouvons confondre les différents types de générateurs de vapeur à recirculation, qu'ils soient chauffés au charbon, au fuel, ou au moyen d'un fluide caloporteur. Ils présentent en effet de grandes analogies au niveau du calcul, et même quant à leur fonctionnement. En général, ces modèles sont utilisés pour étudier, en simulation, les régulations permettant le contrôle du système. Les articles, d'où provient l'analyse qui va suivre, ne précisent pas toujours l'ensemble des hypothèses faites, ou les méthodes de calcul utilisées, ou bien encore les détails des comparaisons éventuelles avec l'expérience. Certains points sont d'ailleurs considérés comme secret industriel par les constructeurs.

Les modèles cités dans ce paragraphe ne représentent certainement qu'une faible partie de l'ensemble des modèles déjà élaborés, mais ils permettent néanmoins d'illustrer les différentes méthodes possibles de modélisation. Indépendamment des différences existant entre les divers types d'évaporateurs modélisés, les programmes se différencient par les hypothèses, les corrélations employées, les méthodes de résolution, et les moyens de calcul. (Calcul analogique ou numérique). Ils peuvent être répartis en deux groupes, suivant qu'ils permettent ou non de calculer le niveau d'eau.

2.2.1. *Modèles ne calculant pas le niveau*

Les modèles de J. BOULVEN (9), et M. YOSHIE (74) constituent deux exemples de ce groupe. Une analyse très simplifiée du système permet de calculer les variations de pression en fonction de la puissance chauffante, ou du débit vapeur consommé. K.J. ASTROM et K. EKLUND (5) ont proposé un modèle du même genre. Néanmoins, ces deux auteurs déterminent uniquement la structure du modèle par l'analyse. La valeur des paramètres du modèle doit être obtenue par l'expérience, en utilisant le générateur étudié, ou un générateur identique.

Ces programmes ne fournissent pas d'information sur les variables internes, autres que la pression. En particulier, ils ne calculent pas le débit de recirculation, et sont donc incapables d'estimer les variations du niveau d'eau.

2.2.2. *Modèles calculant le niveau*

Ces modèles, plus élaborés que les précédents, simulent le comportement de la boucle de recirculation (ballon, canal de descente, cheminée chauffante) et permettent donc le calcul du niveau. Ils sont tous fondés sur une analyse des phénomènes physiques à l'intérieur du système. On peut répartir ces modèles en deux classes : modèles linéaires et modèles non linéaires.

2.2.2.1. *Modèles linéaires*

Dans ces modèles, les équations sont linéarisées autour d'un point de fonctionnement. Cette méthode présente deux avantages principaux. D'une part, la difficulté et le volume des calculs sont réduits. D'autre part, il existe un très grand nombre de méthodes permettant de synthétiser les régulateurs destinés à un processus linéaire. L'inconvénient de la linéarisation est qu'il n'est pas possible de simuler des variations importantes et rapides de la charge.

A notre connaissance, le premier modèle ayant fait l'objet d'une publication, en 1958, est celui de K.L. CHIEN et al. (18). Citons quelques hypothèses restrictives, introduites par ces auteurs:

- la boucle de recirculation n'est divisée qu'en trois éléments (ballon, canal de descente, cheminée chauffante)
- le modèle adopté pour l'écoulement diphasique est le modèle homogène (défini en 2.1.3.)
- la température du canal de descente est égale à la température du ballon
- la température alimentaire est constante.

Le modèle de J.H. ANDERSON et H.W. KWAN (1) emploie la même méthode, mais la température du canal de descente est différente de la température du ballon. De plus, la masse volumique du liquide dépend de la sous-saturation. Il est donc possible d'observer l'influence des variations de la température alimentaire. Le modèle de K. SEKOGUCHI et W.J. YANG (65) est très voisin du précédent, mais le canal chauffant est divisé en deux tronçons (l'un correspond à la zone sous-saturée, l'autre à la zone saturée).

F.T. THOMPSON (70) a proposé un modèle plus raffiné. Le nombre de tronçons de la cheminée est fixé par l'utilisateur. Il tient compte en régime permanent des variations avec la pression des propriétés de l'eau et de la vapeur. (La température de saturation n'est pas constante dans l'espace). La linéarisation ne permet pas d'envisager des perturbations de plus de 10%. par rapport au régime permanent, selon F.T. THOMPSON. Aucun renseignement n'est donné dans les articles cités, sur le comportement de la simulation à faible charge.

2.2.2.2. *Modèles non linéaires*

Les modèles non linéaires adoptent un nombre de tranches relativement grand. Les équations aux dérivées partielles de l'hydrodynamique (conservation de la masse, de l'énergie, et du moment) sont transformées, par discrétisation dans le temps et dans l'espace, en équations aux différences, et intégrées numériquement sans être linéarisées. Seuls ces modèles permettent de déterminer la réponse du système à des perturbations de grande amplitude (par exemple : augmentation de la charge de 15 % à 100 % de la puissance nominale). Leur inconvénient est qu'ils ne permettent pas une synthèse directe des régulateurs. Néanmoins, il est toujours possible, si on le désire, d'obtenir, à partir de ce modèle non linéaire, un modèle linéaire valable autour d'un point de fonctionnement. On retrouvera alors les avantages d'un modèle linéaire, mais l'erreur due à la linéarisation pourra être déterminée en comparant les résultats du modèle non linéaire et du modèle linéaire simplifié.

Le modèle de A.N. NAHAVANDI et R.F. VON HOLLEN (56) a été développé pour l'étude des réacteurs à eau bouillante (B W R). Il peut être employé pour l'étude des générateurs de vapeur des centrales P W R (A.N. NAHAVANDI et A. BATENBURG (6)). Dans ce cas, la puissance cédée par la source de chaleur (circuit primaire) est donnée, et constante dans le temps, au lieu d'être calculée en résolvant les équations de la neutronique. La répartition du flux de chaleur en fonction de la cote est également donnée par l'utilisateur. Le nombre de tranches est quelconque. La pression, le débit et la température alimentaire, ne sont pas fonctions du temps. Seuls peuvent donc être effectués des échelons sur ces entrées. Il en résulte que les conditions imposées au système ne correspondent pas aux conditions réelles en exploitation. Les résultats de la simulation d'un générateur de centrale P W R (480 MW) montrent que le processus est effectivement non linéaire, son comportement dépendant de l'amplitude des perturbations appliquées.

Le modèle de P. CASEAU (14), (15), (16), développé pour Electricité de France, est du même type que le précédent. Il est plus souple d'emploi en permettant d'imposer au modèle des entrées quelconques. Le modèle de J.A. HEIL et B.H. VAN DEN WIJNGAERT (40), fondé sur des principes identiques, a été comparé aux résultats fournis par un générateur pilote du type P W R (puissance : 6 MW).

Les prédictions sont bonnes quant à la température de sortie au primaire, et à la pression secondaire, moins bonnes quant au taux de recirculation et au niveau. Selon les auteurs, une analyse plus détaillée des pertes de charge dans la boucle de vaporisation permettrait d'améliorer les résultats obtenus. Citons aussi le modèle mis au point pour Electricité de France par BAUER et al. (7), permettant la simulation des générateurs du type P W R. L'article de référence (7) est cependant trop peu détaillé pour permettre une analyse critique fructueuse de ce modèle.

2.2.3. *Conséquences*

L'analyse des modèles existants nous indique les grandes lignes de notre modèle. Les équations ne seront pas linéarisées pour pouvoir envisager des perturbations de grande amplitude, c'est-à-dire qui ne peuvent être considérées comme des petites variations autour d'un point de fonctionnement. Le système doit pouvoir être découpé en un nombre de tranches suffisant pour simuler avec exactitude le temps de propagation des perturbations à l'intérieur de la boucle de vaporisation. Enfin, l'analyse des pertes de charge dans cette boucle sera suffisamment détaillée pour prédire, avec une bonne précision, le taux de recirculation. Cette condition nous semble essentielle pour une bonne prédiction des variations de niveau.

2.3. *CONCLUSION*

Nous venons de rappeler quelles sont les méthodes permettant le calcul des écoulements liquide - vapeur, et nous avons présenté quelques modèles récents simulant des générateurs de vapeur à recirculation. Dans le chapitre suivant, nous développerons les équations de notre modèle.

CHAPITRE III

ETABLISSEMENT DES EQUATIONS DU MODELE

Ce chapitre est divisé en quatre parties. Dans la première, nous indiquerons les hypothèses générales du modèle. Dans la seconde, nous justifierons les équations adoptées pour calculer l'écoulement de l'émulsion liquide-vapeur. Dans la troisième, nous établirons les équations du modèle. Enfin, nous indiquerons les principes de leur intégration sur calculateur numérique.

3.1. HYPOTHESES GENERALES

3.1.1. Hypothèses relatives au circuit primaire

Les figures 3.1 et 3.2. indiquent les simplifications effectuées. Le faisceau tubulaire n'est représenté que par un seul tube en $\cup$, avec une branche "chaude" (reliée à la boîte à eau d'entrée) et une branche "froide" (reliée à la boîte à eau de sortie). Les transferts thermiques directs entre boîte à eau d'entrée et de sortie peuvent être négligés, puisque, pour le générateur étudié, la surface commune entre les deux boîtes à eau est de l'ordre de $4m^2$, alors que la surface d'échange primaire-secondaire est de l'ordre de $4800m^2$.

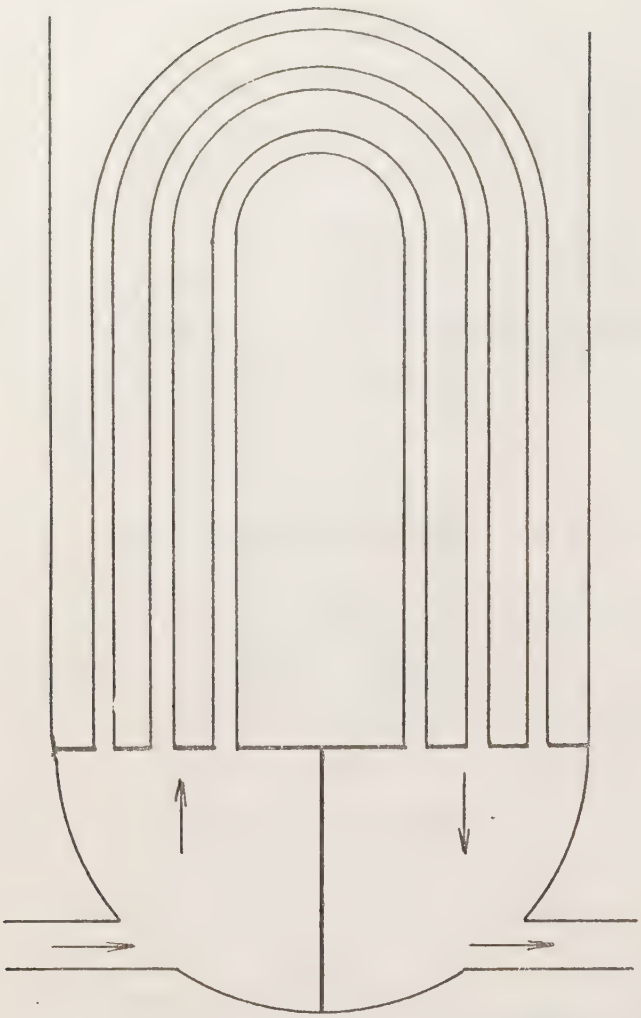


Figure 3.1. Circuit primaire réel

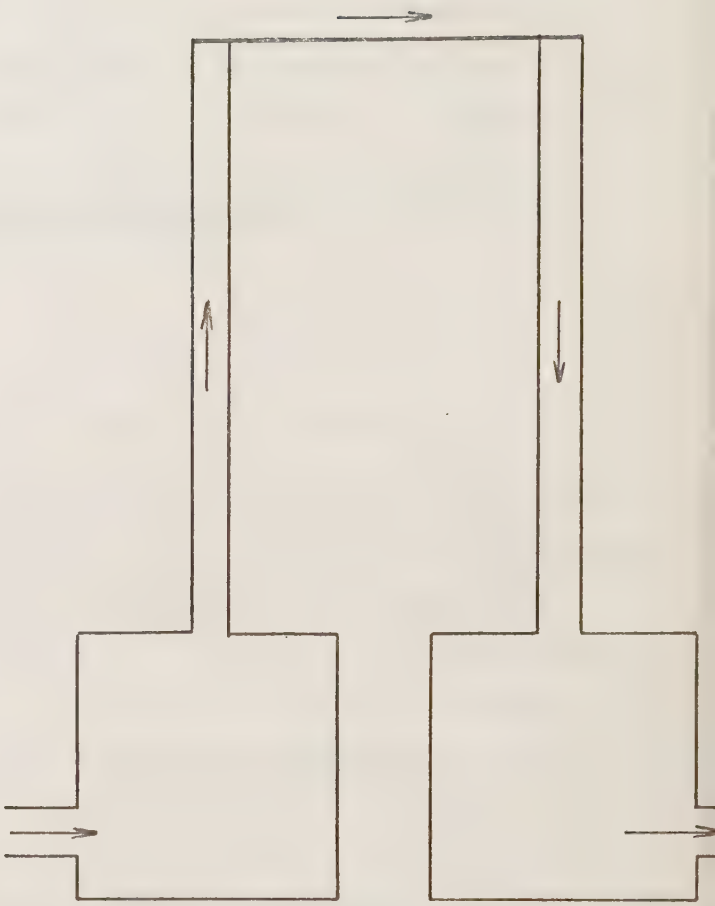


Figure 3.2. Circuit primaire simplifié

La partie horizontale du tube en U n'est pas représentée. Elle est remplacée par la condition de continuité du débit et de la température aux extrémités supérieures des deux branches. La hauteur des branches est calculée de telle sorte que la surface d'échange primaire-secondaire du modèle soit égale à la surface d'échange réelle du faisceau.

Les applications prévues de notre modèle ne nécessitent une représentation précise de l'écoulement que du côté secondaire. Nous adopterons une représentation simplifiée de l'écoulement au primaire. Négligeant la compressibilité de l'eau parcourant ce circuit, le débit n'est fonction que du temps, et constitue une entrée du code. Il n'est donc pas nécessaire de résoudre les équations de moment et de conservation de la masse. Il suffit d'exprimer la conservation de l'énergie.

Cette représentation nous semble meilleure que celle qui consiste à ne considérer, côté primaire, qu'une température moyenne constante dans l'espace. De cette façon, le modèle tiendra compte, certes d'une manière approchée, des variations dans l'espace du flux de chaleur échangé entre le primaire et le secondaire. Or, comme le font remarquer J. CORTIER, G. de LIVOIS, et L. LOOTEN (21), à puissance échangée égale, la répartition dans l'espace du flux de chaleur influe sur la quantité de vapeur contenue dans le canal chauffant. (Figure 3.3.). Ce dernier paramètre modifiant la compressibilité de l'émulsion, on peut donc s'attendre à un comportement différent du niveau, en régime transitoire, suivant que le flux est réparti, ou nettement localisé. Cet effet est également signalé par J.F. QUENTIN et M. LECRIQUE (45).

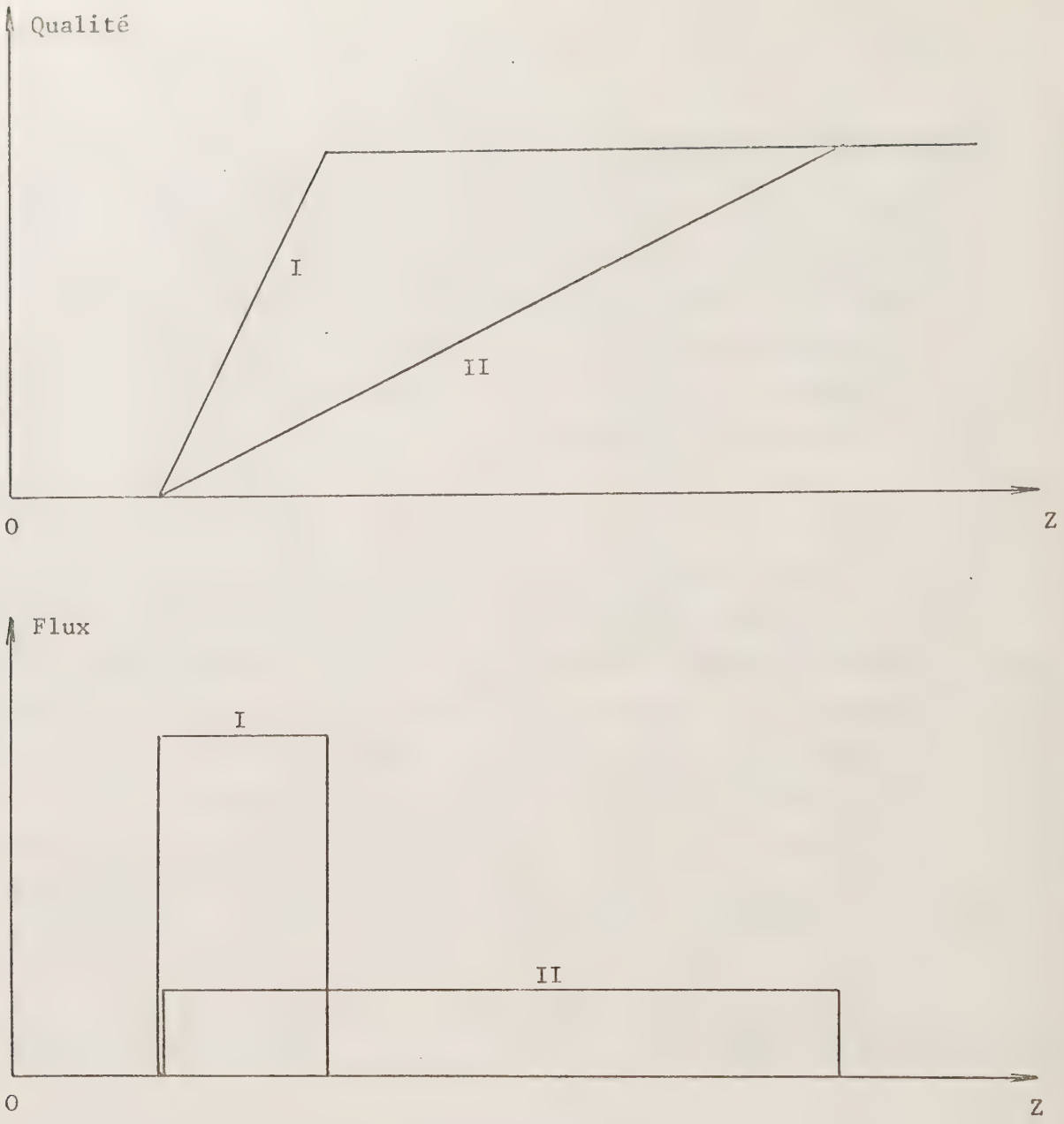


Figure 3.3. Influence de la répartition spatiale de la puissance sur la masse de vapeur contenue dans le canal chauffant.

(Les courbes II correspondent à la même puissance que les courbes I, mais répartie sur une longueur supérieure)

Nous admettrons que l'écoulement s'effectue toujours dans le même sens.

3.1.2. *Hypothèses relatives au circuit secondaire*

3.1.2.1. *Hypothèses géométriques*

Nous admettrons que la boucle de recirculation peut être découpée en un certain nombre de tranches, dont la section et le diamètre hydraulique sont constants sur toute leur longueur.

3.1.2.2. *Hypothèses relatives à l'écoulement*

Il existe trois possibilités, de complexité croissante, le modèle pouvant être à une, deux ou trois dimensions d'espace.

Un modèle à trois dimensions a été établi par H. CHELEMER, L.S. TONG, J. WEISMAN (17), pour simuler le coeur d'un réacteur nucléaire en régime permanent. Les écoulements transversaux (par rapport à la principale direction de l'écoulement) sont calculés en fonction de la différence de pression entre les deux tranches adjacentes concernées. Ce modèle nécessite donc de connaître le coefficient de pertes de charge transversal du système. De plus, le volume des calculs nécessaires rendrait l'emploi du programme peu économique en régime transitoire.

On pourrait faire l'hypothèse, comme J.A. HEIL et B.H. VAN DEN WIJNGAERT (40), que le système se comporte comme deux échangeurs séparés, l'un à courants parallèles, l'autre à contre-courants, le mélange ne s'effectuant qu'au sommet des tubes en $\cup$. (Modèle à deux dimensions). (Figure 3.4.).

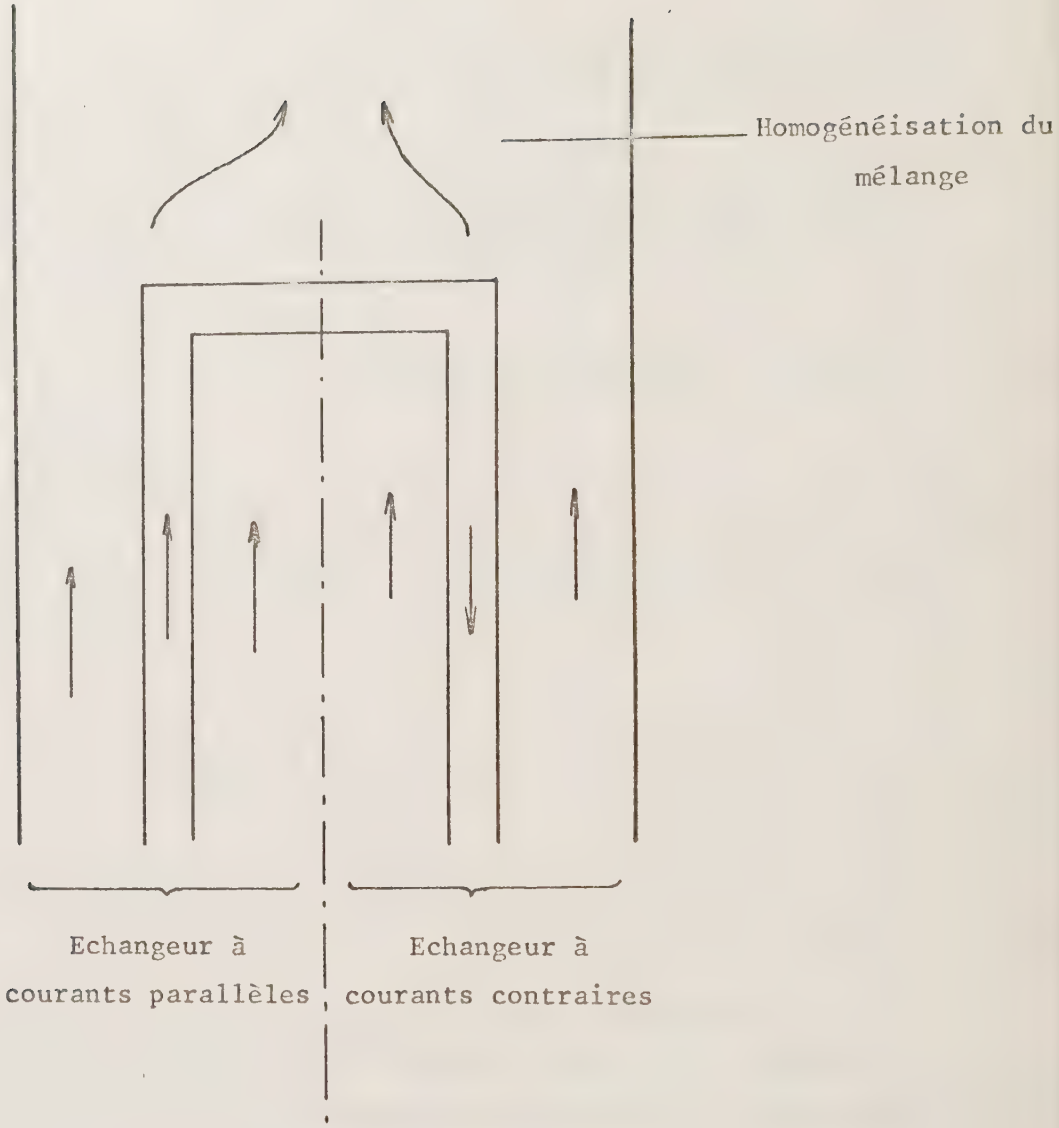


Figure 3.4. Modèle à deux dimensions

Nous admettrons que le côté secondaire peut être représenté par un modèle à une seule dimension d'espace, les flux thermiques en provenance des deux branches primaires étant simplement ajoutés. Cette procédure a déjà été employée par de nombreux auteurs pour la simulation d'échangeurs à plusieurs passages (30), (35), (58), et de générateurs de vapeur (55), (34). Cette hypothèse nous semble en partie justifiée par la présence des plaques-support du faisceau tubulaire. (Dont le rôle est d'empêcher toute vibration du faisceau)

Celles-ci se comportent comme des diaphragmes vis-à-vis du côté secondaire. La circulation de l'émulsion est donc ralentie, et il se produit une certaine homogénéisation du mélange.

Dans toute section, nous admettrons que l'on peut décomposer l'écoulement en une partie liquide s'écoulant à la vitesse U_ℓ et une partie vapeur s'écoulant à la vitesse U_v. La densité de débit étant, dans le canal chauffant, de l'ordre de 250 kg/s x m^2, la condition indiquée en 2.1.1. est vérifiée, et le modèle annulaire est justifié.

Nous admettrons que l'écoulement s'effectue toujours dans le même sens (ballon → canal de descente → canal chauffant → séparateur). Indépendamment de problèmes de calcul, qui pourraient être résolus facilement, une inversion de débit, si elle se produisait, mettrait en cause la validité des corrélations utilisées. (Coefficients de pertes de charge, coefficients d'échange thermique...). Ce phénomène ne peut se produire que pour des transitoires extrêmement violents, pour lesquels on ne possède pas encore de modèles physiques.

3.1.2.3. *Autres hypothèses*

Les variations de pression dans la boucle de recirculation étant relativement faibles, par rapport à la pression du dôme de vapeur, nous négligerons l'influence des variations locales de pression sur les propriétés de l'eau et de la vapeur. Cette hypothèse est également justifiée pour la simulation d'accidents tels qu'une rupture de tuyauterie vapeur en sortie du générateur de vapeur. Dans ce cas, la variation de pression principale à lieu à travers la brèche, et la pression dans le générateur peut encore être considérée comme constante dans l'espace. (Phénomène de débit critique : réf. 53,54).

Enfin, nous négligerons les fuites thermiques du générateur de vapeur.

3.2. DISCUSSION DES EQUATIONS EN ECOULEMENT DIPHASIQUE

Il existe deux possibilités pour mettre en équations les écoulements diphasiques.

La première consiste à écrire les équations de conservation (masse, énergie et moment) pour chaque phase prise séparément. On écrit ensuite les équations, qui régissent les échanges entre phases de masse, d'énergie et de moment. Malheureusement, les lois d'échange entre phases sont mal connues, et le nombre d'équations à résoudre est important. J.M. DELHAYE (23), (24), appliquant la méthode de G. STANDART (68) aux écoulements diphasiques, a proposé d'utiliser des équations statistiques, l'écoulement et la production des bulles de vapeur étant considérés comme des phénomènes aléatoires. L'étude publiée (23) ne considère que des régimes permanents, et l'application des mêmes méthodes en régime transitoire semble impossible, eu égard à la connaissance actuelle des écoulements diphasiques.

Nous emploierons la seconde méthode, qui ne considère que des équations globales appliquées simultanément aux deux phases. Ce procédé, bien que non rigoureux, est cependant le seul qui permette actuellement d'obtenir des résultats. Ainsi que nous le verrons, ces équations doivent être complétées par une corrélation de taux de vide. Nous écrivons les équations pour un écoulement ascendant.

En écoulement diphasique, nous supposerons que l'eau et la vapeur sont en équilibre thermodynamique. Cette hypothèse, toujours admise dans les modèles de générateurs de vapeur, est généralement justifiée par le fait suivant : l'écoulement dans les générateurs de vapeur industriels étant toujours turbulent, il se produit une bonne homogénéisation de l'émulsion.

3.2.1. Conservation de la masse

Pour un écoulement monophasique, cette condition s'écrit :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial G}{\partial z} = 0$$

Pour un écoulement diphasique, l'équation prend la même forme :

$$\frac{\partial \overline{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial \overline{G}}{\partial z} = 0$$

en introduisant :

$$\begin{cases} \overline{\rho} = \alpha \rho_v + (1-\alpha)\rho_l \\ \overline{G} = \alpha \rho_v u_v + (1-\alpha)\rho_l u_l \end{cases}$$

3.2.2. *Conservation de l'énergie*

Compte tenu de l'énergie thermique, du travail des forces de pression, de l'énergie cinétique et de l'énergie potentielle, la conservation de l'énergie s'exprime par :

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\rho h + \frac{1}{2}\rho v^2 - p\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\rho v\left(h + \frac{1}{2}\rho v^2\right)\right) = Q - \rho v g$$

En écoulement diphasique, nous écrirons l'équation de conservation sous la forme (cf. 57, 72).

$$\frac{\partial}{\partial t}\left[\alpha \rho_v \left(h_v + \frac{1}{2}v_v^2\right) + (1-\alpha)\rho_l\left(h_l + \frac{1}{2}v_l^2\right) - p\right]$$
$$+ \frac{\partial}{\partial z}\left[\alpha \rho_v u_v \left(h_v + \frac{1}{2}v_v^2\right) + (1-\alpha)\rho_l u_l \left(h_l + \frac{1}{2}v_l^2\right)\right]$$
$$= Q - g\left(\alpha \rho_v u_v + (1-\alpha)\rho_l u_l\right)$$

L'énergie cinétique et l'énergie potentielle peuvent être négligées. En effet, considérons l'ordre de grandeur des différents termes intervenant dans ces équations, pour une pression égale à 55 bars. (Tous les facteurs sont en Joule par mètre cube).

$$
\left|\begin{array}{lll}
\rho_\ell h_\ell & = 905 \cdot 10^6 & \\
\rho_v h_v & = 78.2 \cdot 10^6 & \\
\frac{1}{2}\rho_\ell u_\ell^2 & = 3.8 \cdot 10^2 & (u_\ell = 1\,m/s.) \\
\frac{1}{2}\rho_v u_v^2 & = 14. & (u_v = 1\,m/s.) \\
P & = 5.5 \cdot 10^6 & \\
\rho_\ell g \Delta z & = 7.5 \cdot 10^4 & (\Delta z = 10\,m.) \\
\rho_v g \Delta z & = 2.8 \cdot 10^3 &
\end{array}\right.
$$

Compte tenu de ces simplifications, la conservation de l'énergie s'exprime par :

(3.1.)
$$
\left\{\begin{array}{l}
\dfrac{\partial}{\partial t}(\rho h) + \dfrac{\partial}{\partial z}(\rho v h) = Q + \dfrac{dP}{dt} \\[2ex]
\dfrac{\partial}{\partial t}(\alpha \rho_v h_v + (1-\alpha)\rho_\ell h_\ell) + \dfrac{\partial}{\partial z}(\alpha \rho_v h_v u_v + (1-\alpha)\rho_\ell u_\ell h_\ell) = Q + \dfrac{dP}{dt}
\end{array}\right.
$$

3.2.3. *Conservation du moment*

Pour un fluide monophasique, l'équation s'écrit :

$$-\frac{dP}{dz} = \frac{\partial G}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v^2)}{\partial z} + \rho g + F \qquad (3.2.)$$

Les variations de pression par frottement F se calculent par : (équation de FANNING).

$$F = f \cdot \frac{G^2}{2\rho D_h}$$

Pour un fluide diphasique, le gradient de pression se calcule par :

$$-\frac{dP}{dz} = \frac{\partial \overline{G}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z}\left(\alpha \rho_v v_v^2 + (1-\alpha)\rho_\ell v_\ell^2\right) + \overline{\rho} \cdot g + F \qquad (3.3.)$$

C.A. PRINS (61) a montré que l'on obtient un meilleur accord avec les résultats expérimentaux si l'on suppose qu'une fraction du liquide est animée de la vitesse de la vapeur. Toutefois, ces résultats ne sont vérifiés qu'à la pression atmosphérique, et ne peuvent être employés dans le modèle.

3.3. *EQUATIONS DU MODELE ET CORRELATIONS UTILISEES*

Dans ce paragraphe, nous précisons les équations de notre modèle, compte tenu des hypothèses énoncées en 3.1 et 3.2.

3.3.1. *Equations du primaire*

Les équations de l'énergie relatives à la branche chaude et à la branche froide s'écrivent :

$$\rho_P \frac{\partial h_P}{\partial t} + G_P \frac{\partial h_P}{\partial z} = -\frac{Q_{\ell P}}{A_P} \qquad (3.4.)$$

$$\rho_P \frac{\partial h_{P2}}{\partial t} - G_P \frac{\partial h_{P2}}{\partial z} = - \frac{Q_{l_{P2}}}{A_P} \qquad (3.5.)$$

avec les conditions aux limites :

$$h_{P_1}(0,t) = h_{E_P}(t) \qquad h_{P_2}(\ell,t) = h_{P_1}(\ell,t) \qquad (3.6.)$$

Le calcul du coefficient d'échange thermique paroi-fluide primaire est exposé au paragraphe C.1.

3.3.2. *Equations du secondaire (canal de descente et cheminée chauffante).*

La conservation de la masse s'exprime par :

(3.7.)
$$\begin{cases} \dfrac{\partial \rho_s}{\partial t} + \dfrac{\partial G_s}{\partial z} = 0 & \text{(écoulement monophasique)} \\ \dfrac{\partial \overline{\rho}_s}{\partial t} + \dfrac{\partial \overline{G}_s}{\partial z} = 0 & \text{(écoulement diphasique)} \end{cases}$$

Les deux équations (3.1.), exprimant la conservation de l'énergie, peuvent se mettre sous la forme suivante (la transformation est exposée dans l'annexe A) :

(3.8.)
$$\begin{cases} \rho_s \dfrac{\partial h_s}{\partial t} + G_s \dfrac{\partial h_s}{\partial z} = Q_s + \dfrac{dP_s}{dt} & \text{(écoulement monophasique)} \\ \overline{\rho}_s \dfrac{\partial h_s}{\partial t} + \overline{G}_s \dfrac{\partial h_s}{\partial z} + \dfrac{\partial \psi}{\partial t} = Q_s + \dfrac{dP_s}{dt} & \text{(écoulement diphasique)} \end{cases}$$

avec (en écoulement diphasique) :

$$h_s = X h_v + (1-X) h_\ell$$

$$\Psi = (h_v - h_\ell)(\alpha(1-X)\rho_v - (1-\alpha)X\rho_\ell) \qquad (3.9.)$$

Le calcul du coefficient d'échange thermique paroi-fluide secondaire figure dans le paragraphe C.2.. Pour calculer la fraction de vide, en fonction de la qualité et de la pression, nous emploierons la corrélation d'Armand. (Paragraphe C.3.).

Calcul du débit secondaire :

Aux variations de pression calculées au moyen des équations (3.2.) et (3.3.), il convient d'ajouter :

- les variations dues aux changements de section (paragraphe C.5.).

- les variations localisées dues à la plaque de réglage (paragraphe 1.2.3. et figure 1.2.), au changement de direction de l'eau à la base de la colonne de descente, et au séparateur.

Celles-ci sont calculées au moyen de coefficients k donnés par le constructeur :

$$\Delta p = k \frac{\rho v^2}{2}$$

Les corrélations employées pour calculer les pertes de charge par frottement sont exposées dans le paragraphe C.4. (Corrélations de K O O et d'ARMAND).

Les équations de moment (3.2.) (3.3.) seront utilisées sous forme intégrale. Nous écrirons en effet que la somme des variations de pression le long de la boucle de recirculation (du niveau d'eau à la sortie du séparateur (figure 1.3.)) est nulle, le gradient de pression dans le dôme de vapeur étant négligeable :

$$\oint \frac{\partial P}{\partial z} dz = 0 \qquad (3.10)$$

Nous verrons que l'équation (3.10) permet le calcul du taux de recirculation (défini au paragraphe 1.2.3.).

3.3.3. *Equations du ballon et du dôme de vapeur*

Dans ce paragraphe, nous adopterons les notations suivantes (débits masse) :

D_v : débit de vapeur en sortie du générateur

D_{34} : débit de vapeur en sortie du canal chauffant

D_{31} : débit d'eau en sortie du canal chauffant

D_a : débit alimentaire

D_{12} : débit de recirculation

D_{14} : débit d'évaporation

D_{41} : débit de condensation

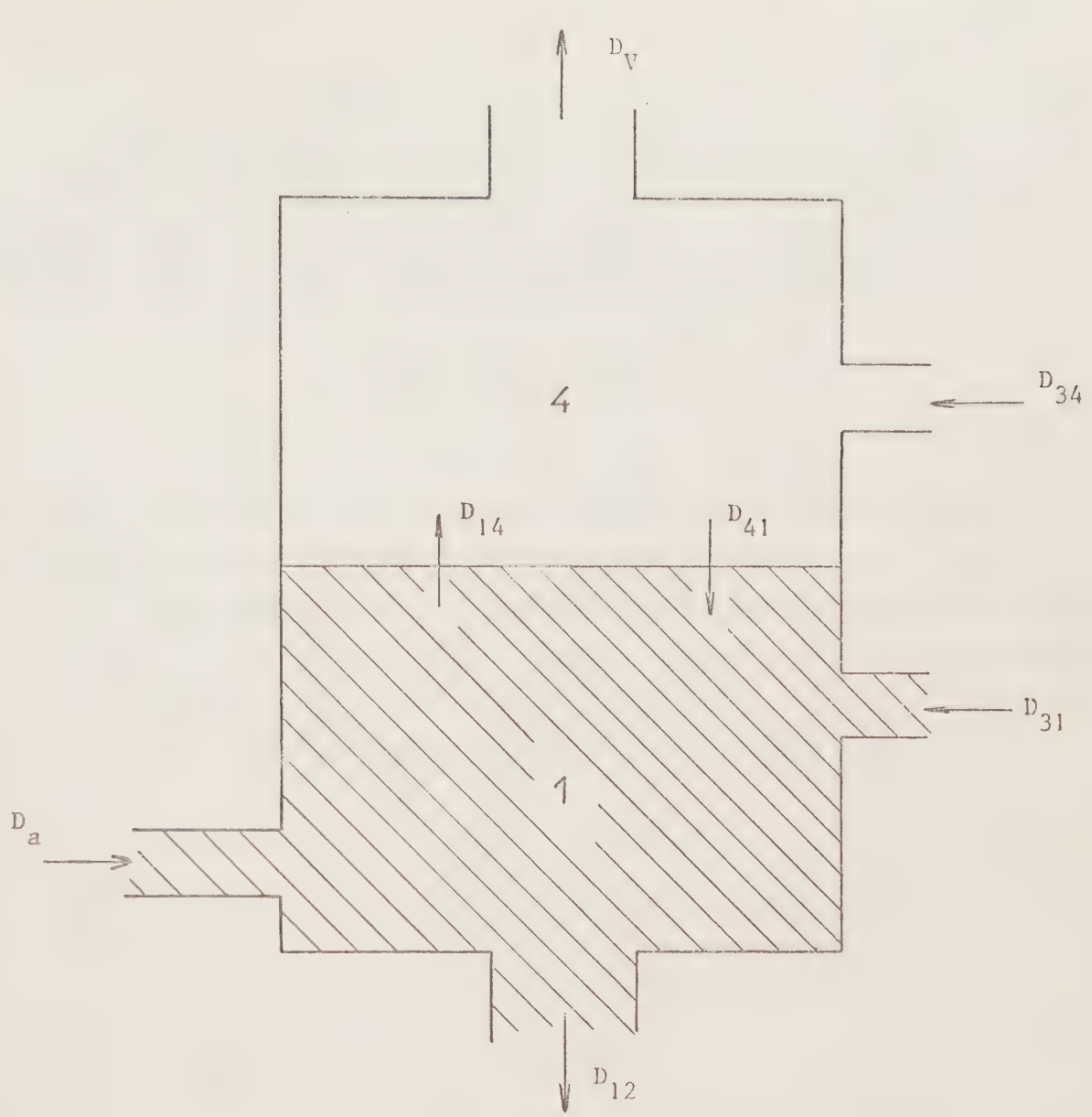


Figure 3.5. Schématisation de l'ensemble ballon - dôme de vapeur

Nous supposerons que la température est uniforme dans les zones 1 (ballon) et 4 (dôme).

Equations du dôme de vapeur

La conservation de la masse et de l'énergie s'écrit :

$$\begin{cases} \dfrac{dM_4}{dt} = \Pi_{34} + \Pi_{14} - \Pi_{41} - \Pi_v \\ \dfrac{d(M_4 h_4)}{dt} - \dfrac{M_4}{\rho_v}\dfrac{dP_s}{dt} = \Pi_{34} h_v + \Pi_{14} h_v - \Pi_v h_v - \Pi_{41} h_\ell \end{cases} \qquad (3.11.)$$

La deuxième équation, compte tenu de la première se transforme en :

$$M_4\left(\frac{dh_4}{dt} - \frac{1}{\rho_\sigma}\cdot\frac{dP_s}{dt}\right) = \left(\Pi_{34}h_v + \Pi_{14}h_v - \Pi_v h_v - \Pi_{41}h_\ell\right) - \left(\Pi_{34} + \Pi_{14} - \Pi_{41} - \Pi_v\right)h_4$$

Nous supposerons que la vapeur contenue dans le dôme est toujours saturée ($h_4 = h_v$). Cette hypothèse semble valable même pour des transitoires assez rapides au vu des résultats expérimentaux de G. LEISTNER et al. (48). Il en résulte que :

$$\Pi_{41}(h_v - h_\ell) = M_4\left(\frac{\partial h_v}{\partial P} - \frac{1}{\rho_\sigma}\right)\frac{dP_s}{dt} \qquad (3.12.)$$

Equations du ballon

L'équation de conservation de la masse s'écrit :

$$\frac{dM_1}{dt} = \Pi_{31} + \Pi_{41} + \Pi_a - \Pi_{12} - \Pi_{14} \qquad (3.13)$$

Nous ferons l'hypothèse que le débit d'évaporation D_{14} est nul, lorsque la température de l'eau du ballon est inférieure à la température de saturation. Ce cas correspond au fonctionnement normal du générateur de vapeur. L'équation de conservation de l'énergie s'écrit alors :

$$M_1\left(\frac{dh_1}{dt} - \frac{1}{\rho_\ell}\cdot\frac{dP_s}{dt}\right) = \left(h_\ell - h_1\right)\Pi_{41} + \left(h_\ell - h_1\right)\Pi_{31} - \left(h_1 - h_a\right)\Pi_a \qquad (3.14.)$$

Si la température de l'eau du ballon tend à dépasser la température de saturation (à la suite d'une diminution importante et rapide de la pression), nous admettrons qu'une partie de cette eau s'évapore de manière à ce que la température de la phase liquide ne dépasse pas la température de saturation. Nous obtenons, dans ce cas, une équation, exprimant la conservation de l'énergie, analogue à (3.12.) :

$$\Pi_{14}(h_v - h_\ell) + \Pi_a(h_\ell - h_a) = -M_1\left(\frac{\partial h_\ell}{\partial P} - \frac{1}{\rho_\ell}\right)\frac{dP_s}{dt} \qquad (3.15.)$$

Nous négligerons tout autre entraînement de vapeur dans le canal de descente, ces phénomènes étant minimisés par construction. (Les facteurs influents sont en particulier la superficie du plan d'eau, et la hauteur du niveau de l'eau par rapport à l'entrée d'eau alimentaire).

Dans l'équation de moment, nous négligerons toutes les variations de pression autres que celles dues à la pesanteur, les vitesses d'écoulement étant relativement faibles dans le ballon.

3.3.4. *Calcul de la pression secondaire*

Les équations de conservation de la masse, de l'énergie et du volume permettent d'obtenir l'expression suivante (Annexe B) :

$$\frac{dP_s}{dt} = \frac{P_B - \frac{h_{vl}}{\rho_{vl}}\rho_\ell\rho_v\left(\frac{\Pi_v}{\rho_v} - \frac{\Pi_a}{\rho_\ell}\right) - \varepsilon\,\Pi_a(h_\ell - h_a)}{a_1 M_\ell + a_2 M_{\ell_{sat}} + a_3 M_{v_{sat}}} \qquad (3.16.)$$

avec les notations :

P_B : puissance transmise en zone bouillante (Zone 3 - Figure B.1.)

M_ℓ : masse d'eau sous-saturée

$M_{\ell sat}$: masse d'eau saturée

M_{vsat} : masse de vapeur saturée

et :

$$h_{v\ell} = h_v - h_\ell$$

$$\rho_{v\ell} = \rho_\ell - \rho_v$$

$$a_1 = \frac{h_{v\ell}}{\rho_{v\ell}} \cdot \frac{\rho_v}{\rho_\ell} \cdot \frac{\partial \rho_\ell}{\partial p}$$

$$a_2 = \frac{h_{v\ell}}{\rho_{v\ell}} \cdot \frac{\rho_v}{\rho_\ell} \cdot \frac{\partial \rho_\ell}{\partial p} + \frac{\partial h_\ell}{\partial p} - \frac{1}{\rho_\ell}$$

$$a_3 = \frac{h_{v\ell}}{\rho_{v\ell}} \cdot \frac{\rho_\ell}{\rho_v} \cdot \frac{\partial \rho_v}{\partial p} + \frac{\partial h_v}{\partial p} - \frac{1}{\rho_v}$$

$\varepsilon = 0$ si le ballon n'est pas saturé

$= 1$ si le ballon est saturé.

La cote bouillante sera estimée par une interpolation linéaire entre deux noeuds successifs tels que le premier soit en zone sous-saturée, le second en zone diphasique.

Pour établir l'équation (3.16), nous avons supposé que la masse volumique de l'eau en sous-saturation est égale à la masse volumique de l'eau saturée. Cette hypothèse ne sera pas admise dans les autres équations. En effet, cette hypothèse conduit à une erreur importante sur le taux de recirculation (de l'ordre de 5% par défaut en régime permanent à la puissance nominale). D'autre part, il est à remarquer que, selon BAUER (7), particulièrement lors d'un fonctionnement à faible charge, les variations du volume spécifique de l'eau en sous-saturation sont à prendre en considération. Dans ce cas, un apport d'eau alimentaire froide, augmentant la densité de l'eau du ballon, peut provoquer une augmentation du débit de recirculation telle que le niveau commence par baisser avant de remonter. Ce comportement est néfaste quant à la stabilité de la régulation du niveau d'eau, et notre modèle doit donc être en mesure de le simuler.

L'expression (3.16.) ne constitue donc qu'une bonne approximation de la dérivée de la pression par rapport au temps. Compte tenu de la remarque effectuée ci-dessus, et compte tenu aussi du fait que, les erreurs de calcul s'accumulant, la somme des volumes d'eau et de vapeur contenus dans le générateur de vapeur peut différer du volume réel du générateur, l'équation (3.16.) sera utilisée pour prédire la variation de pression d'un pas de calcul au suivant. Une correction, fonction de l'écart entre volume calculé et volume initial (volume réel du générateur de vapeur) sera appliquée ensuite.

3.3.5. *Transfert de chaleur dans les tubes*

Le gradient de température transversal (15 000° C/m) étant toujours beaucoup plus important que le gradient longitudinal (2° C/m)[1] nous ne considérerons qu'un écoulement transversal de chaleur. Il est nécessaire de tenir compte du gradient de température dans le tube, qui constitue une partie non négligeable du gradient total primaire-secondaire. Toutefois des calculs numériques effectués préalablement à la mise au point de notre modèle, ont montré que la constante de temps due à la paroi est très petite par rapport aux autres constantes de temps du processus. Une seule tranche radiale

---

1 - Ces gradients sont des valeurs moyennes correspondant à la puissance nominale.

LES PAPIERS CANSON - FRANCE

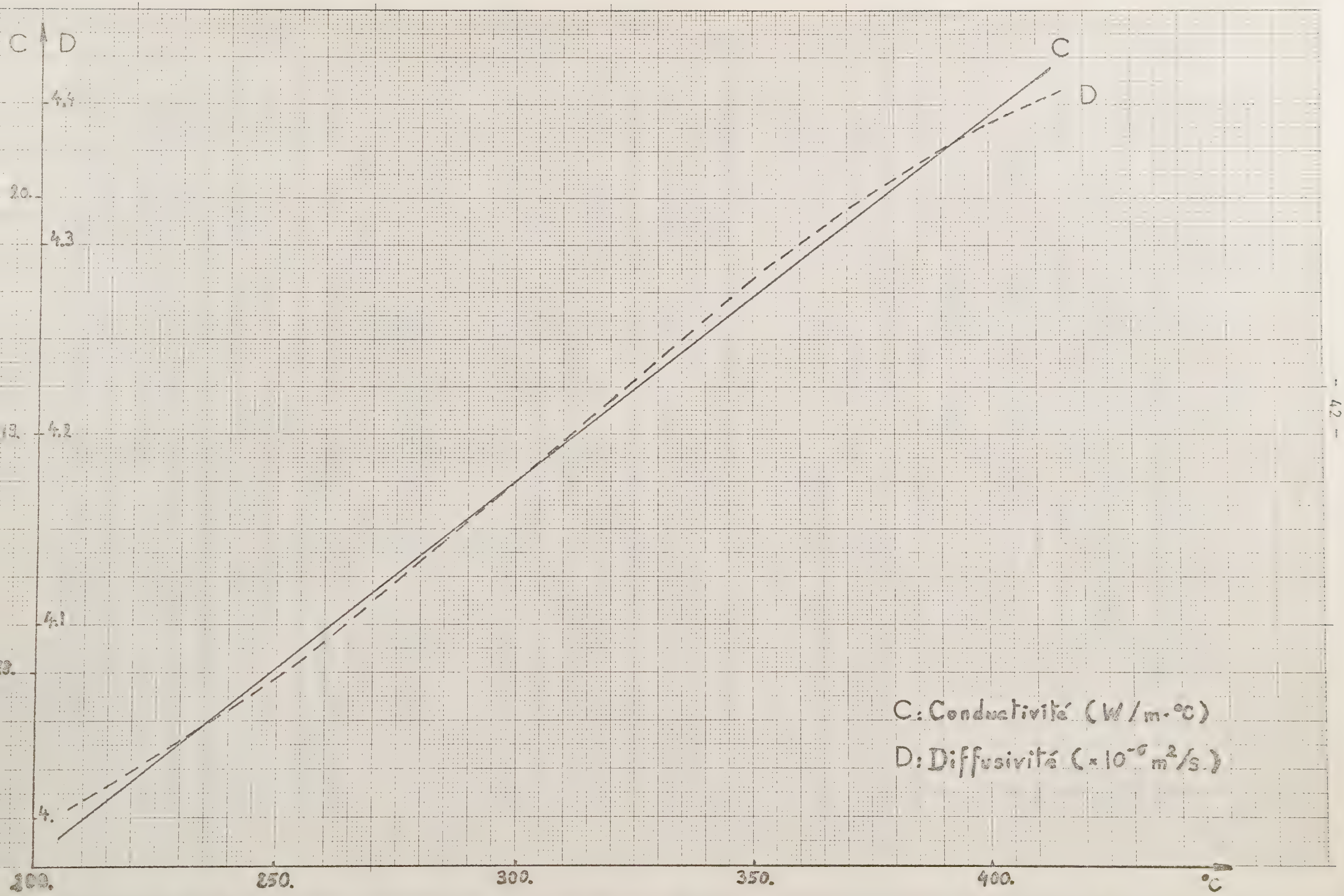


Fig 3.6 Variations des propriétés des alliages Ni-Cr en fonction de la température

suffira donc à représenter avec une précision suffisante la propagation de chaleur dans le tube.

Les variations des propriétés thermiques des tubes (alliage Nickel-Chrome - Fer du type Inconel) en fonction de la température sont négligeables. (Figure 3.6.). En effet, lorsque la température varie de 275° C à 290° C, la conductivité n'augmente que de 1.4 % et la diffusivité de 0.8 %.

3.3.6. *Récapitulation des équations régissant le processus*

Rappelons les équations développées ci-dessus, et les corrélations énumérées en annexe C :

- Circuit primaire :
  - conservation de l'énergie (3.4.), (3.5.), (3.6.).
- Transfert de chaleur primaire-secondaire :
  - coefficient d'échange de chaleur primaire (corrélation de DITTUS - BOELTER)
  - conduction de chaleur dans les tubes
  - coefficient d'échange de chaleur secondaire (corrélations de DITTUS - BOELTER ou JENS et LOTTES).
- Circuit secondaire :
  - conservation du volume : calcul de la pression secondaire (3.16)
  - équation intégrale de moment (obtenue par intégration, le long de la boucle de circulation, des équations (3.2.) et (3.3.)): calcul du taux de recirculation. (3.10.)
  - canal de descente et canal chauffant :
    - conservation de masse et d'énergie (3.7.), (3.8.), (3.9.)
    - calcul du taux de vide (corrélation d'Armand)
  - dôme de vapeur et ballon :
    - conservation de masse et d'énergie (3.11.), (3.12), (3.13), (3.14.), (3.15.).

Tables des propriétés physiques de l'eau et de la vapeur

Le tableau 3.7. indique les tables utilisées par notre modèle. Ces tables sont des sous-programmes fournissant les propriétés demandées au moyen d'approximations polynomiales ou d'interpolation dans un ensemble discret de valeurs. Leur emploi nécessite quelques précautions.

Tout d'abord, pour estimer les dérivées intervenant dans les coefficients de l'équation (3.16.), il existe, pour chaque paramètre, une valeur optimale de l'écart entre les deux points qui permettront le calcul de la dérivée par une différence. Un écart trop important conduit à une estimation erronée en raison des non linéarités. Les erreurs d'arrondi faussent le calcul si l'écart est trop faible.

Nous linéariserons les tables par morceaux, pour deux raisons :

1) Le temps de calcul sera diminué.

2) Certaines approximations polynomiales nécessitant un nombre élevé de calculs, le "bruit" d'origine numérique (provoqué par les erreurs d'arrondi) n'est pas toujours négligeable. Il peut engendrer des oscillations nuisant à la stabilité du calcul. La linéarisation effectuée, qui réalise un filtrage des résultats bruts, nous a permis de résoudre ce problème. (Fig. 3.8)

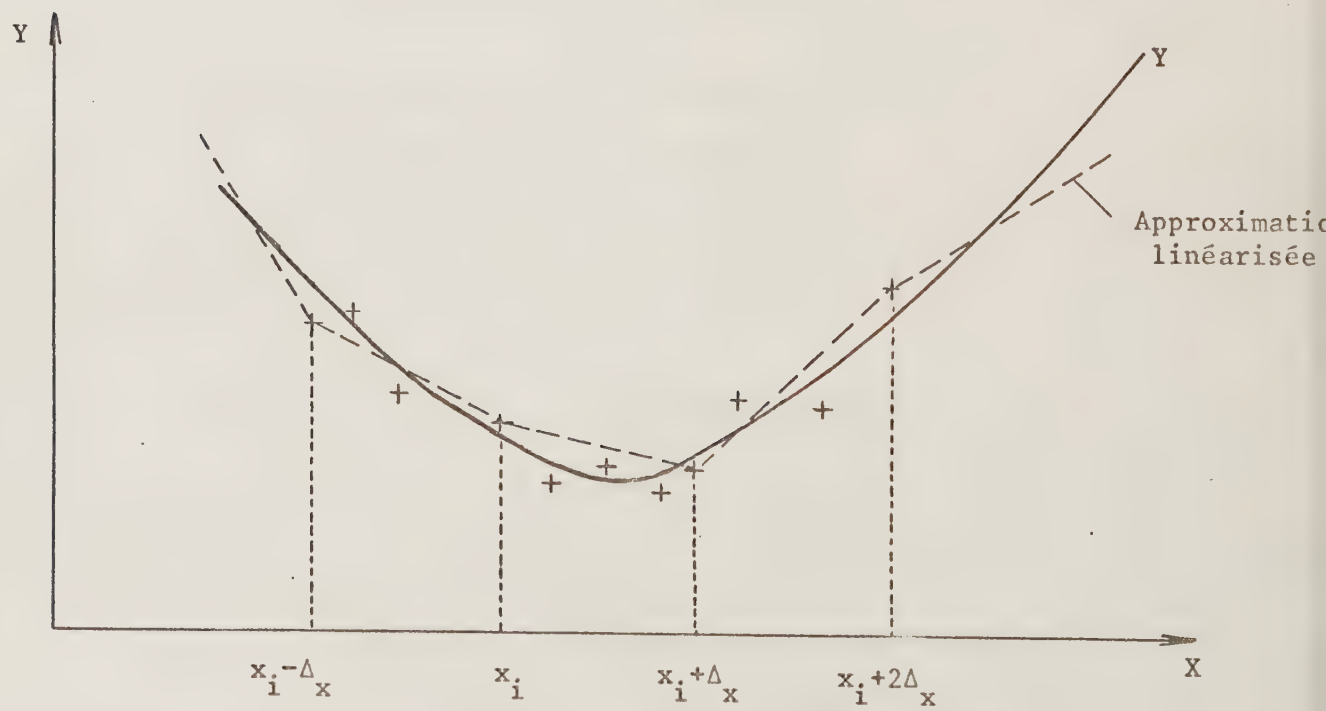


Figure 3.8. Linéarisation locale d'une fonction : Y = f (X)

\+ : Résultat brut du calcul

Δ_x : Pas du calcul de linéarisation

3.7. TABLES DES PROPRIETES PHYSIQUES DE L'EAU ET DE LA VAPEUR

FONCTION	RESULTAT	ARGUMENT
1	Conductivité de l'eau	Pression Température
2	Chaleur spécifique de l'eau	Pression Température
3	Enthalpie de l'eau sous-saturée	Pression Température
4	Enthalpie de l'eau saturée	Température
5	Enthalpie, entropie, volume spécifique de la vapeur surchauffée	Pression Température
6	Pression de saturation	Température
7	Entropie de l'eau saturée	Température
8	Température de l'eau	Enthalpie Pression
9	Température de saturation (Inverse de la fonction 6)	Pression
10	Température de l'eau saturée	Enthalpie
11	Volume spécifique de l'eau	Pression Température
12	Viscosité dynamique de l'eau	Pression Température
13	Volume spécifique de l'eau saturée	Pression

3.3.7. *Conclusion*

Nous venons de passer en revue le développement des équations du modèle, le choix des corrélations, l'utilisation des tables d'eau. Le modèle obtenu peut sembler relativement complexe, mais il est préférable d'effectuer éventuellement des simplifications au vu des résultats, plutôt que de poser à priori des hypothèses difficiles à justifier.

3.4. *METHODES NUMERIQUES - PROGRAMMATION*

Dans ce paragraphe, nous indiquerons les principes généraux de la discrétisation adoptée.

Des détails supplémentaires seront donnés dans le chapitre 4 (régime permanent) et le chapitre 5 (régime transitoire).

La méthode de résolution des équations aux dérivées partielles non linéaires la plus utilisée est la méthode aux différences, et c'est celle que nous emploierons. Pour les systèmes comportant des écoulements de fluides (échangeurs, évaporateurs...), il existe deux méthodes :

- Méthode à noeuds mobiles :

  On calcule la position des points (ou : noeuds de calcul) où l'énergie du fluide est égale à certaines valeurs. Cette méthode facilite le calcul de la cote bouillante (définie dans le paragraphe 1.2.3.) : il suffit de calculer la position du point où l'enthalpie est égale à l'enthalpie de l'eau satur

- Méthode à noeuds fixes :

  La solution est calculée en un certain nombre de points fixes. Cette méthode permet de tenir compte avec une meilleur précision des variations de section et des pertes de charge

localisées provoquées par des diaphragmes : il suffit de faire coïncider un noeud de calcul avec une telle singularité. De plus, les méthodes à noeuds mobiles divisent la zone non bouillante en un nombre de noeuds fixé à priori, et la précision du calcul ne reste donc pas constante dans le cas où le déplacement de la cote bouillante est important. Pour ces raisons, nous utiliserons la deuxième méthode.

Il nous reste encore à choisir entre une méthode explicite et une méthode implicite. Ces deux groupes présentent chacun des avantages et des inconvénients et les résultats de leur comparaison, qui dépendent en fait du type d'équations à résoudre, ne permettent pas de conclure simplement. Les méthodes explicites nécessitent en général un pas de calcul inférieur à une valeur limite, pour que la résolution soit stable. Les méthodes implicites permettent l'utilisation de pas de calcul supérieurs à ceux employés par les méthodes explicites mais, dans ce cas, la précision est moins bonne. De plus, pour un même temps final, si le nombre total de pas peut être réduit par l'emploi d'une méthode implicite, le volume des calculs devant être effectués à chaque pas est plus important de sorte qu'il n'est pas certain que le temps de calcul global (c'est-à-dire le coût de la simulation) soit diminué. Nous emploierons une méthode explicite.

Le programme, codé en FORTRAN IV, se compose d'environ 1600 instructions, non compris les tables d'eau. (L'ensemble programme - tables d'eau occupe environ 16K mots de mémoire). Mis au point sur le calculateur C I I 10070 de l'Ecole Supérieure d'Electricité (mémoire 48K), il est actuellement exploité, après quelques modifications, sur un calculateur Control Data CDC 7600.

CHAPITRE IV

DEVELOPPEMENT ET APPLICATION DU MODELE EN REGIME PERMANENT

Le propos de ce Chapitre est d'indiquer l'organisation du calcul en régime permanent et de présenter sur un exemple les résultats qu'il permet d'obtenir. Nous aurions pu nous limiter à n'établir qu'un modèle valable uniquement en régime transitoire, le régime permanent étant obtenu comme valeur finale d'un transitoire effectué à entrées constantes. Ce procédé, de programmation plus simple, n'a pas été retenu car il présente certains inconvénients :

- un grand nombre d'entrées (valeurs de toutes les variables) est nécessaire au programme ce qui rend son exploitation peu aisée et augmente la probabilité d'une erreur de données

- si les valeurs initiales choisies ne sont pas suffisamment proches des valeurs réelles, le calcul peut être long et peut même ne pas converger.

4.1. ORGANISATION DU CALCUL

4.1.1. Entrées du modèle

Outre les données géométriques, thermiques et hydrauliques, les entrées du modèle sont :

- au primaire :

  - température d'entrée
  - débit
  - pression

- au secondaire :

  - débit d'eau alimentaire
    (égal au débit de vapeur)
  - température de l'eau alimentaire.
  - niveau d'eau

De plus, des estimations de la pression secondaire et du taux de recirculation sont nécessaires pour servir de point de départ aux calculs itératifs développés dans les deux paragraphes suivants.

4.1.2. *Calcul itératif de la pression secondaire*

L'enthalpie primaire de sortie est calculée par un bilan d'énergie :

$$h_{SP} = h_{EP} - (h_v - h_a) \cdot \frac{D_a}{D_P} \qquad (4.1.)$$

avec : h_{SP} : enthalpie primaire à la sortie

h_{EP} : enthalpie primaire à l'entrée

D_P : débit primaire

h_a : enthalpie alimentaire

h_V : enthalpie de la vapeur saturée

D_a : débit alimentaire

L'intégration des équations de conservation de l'énergie au primaire et au secondaire, effectuée le long du canal chauffant en partant de la plaque tubulaire, permet de calculer le débit de vapeur produit : D_{VP} (1). La pression secondaire est modifiée et les calculs sont répétés depuis (4.1.) jusqu'à ce que les débits D_{VP} (débit de vapeur produit) et D_a (débit de vapeur demandé) soient suffisamment voisins, comme indiqué sur l'organigramme (Figure 4.1.). (Nous adoptons en général une précision relative de 0.1 %). Lorsque cette condition est vérifiée, la température primaire est égale aux sommets de la branche chaude et de la branche froide en vertu de l'équation (4.1.). Les variations pratiquement linéaires de la qualité en sortie du canal chauffant en fonction de la pression, à taux de recirculation constant, (Figure 4.2. relative à la charge nominale) montrent que la convergence des itérations ne pose aucun problème.

4.1.3. *Calcul itératif du taux de recirculation*

Le débit d'entrée du canal de descente est ajusté jusqu'à ce que la somme des pertes de charge, du niveau d'eau à la sortie du séparateur liquide-vapeur, soit nulle. (Equation 3.10.). (Nous adoptons une précision de l'ordre de 1m bar). La forme de la courbe 4.2. (variation de la somme des pertes de charge, en fonction du taux de recirculation, à pression constante (charge nominale)) conduit à calculer le débit d'entrée par des interpolations paraboliques successives.

---

(1) Le passage de la zone monophasique à la zone diphasique ne pose aucun problème puisque la forme de l'équation de l'énergie est la même dans les deux cas. (Paragraphe 3.3.).

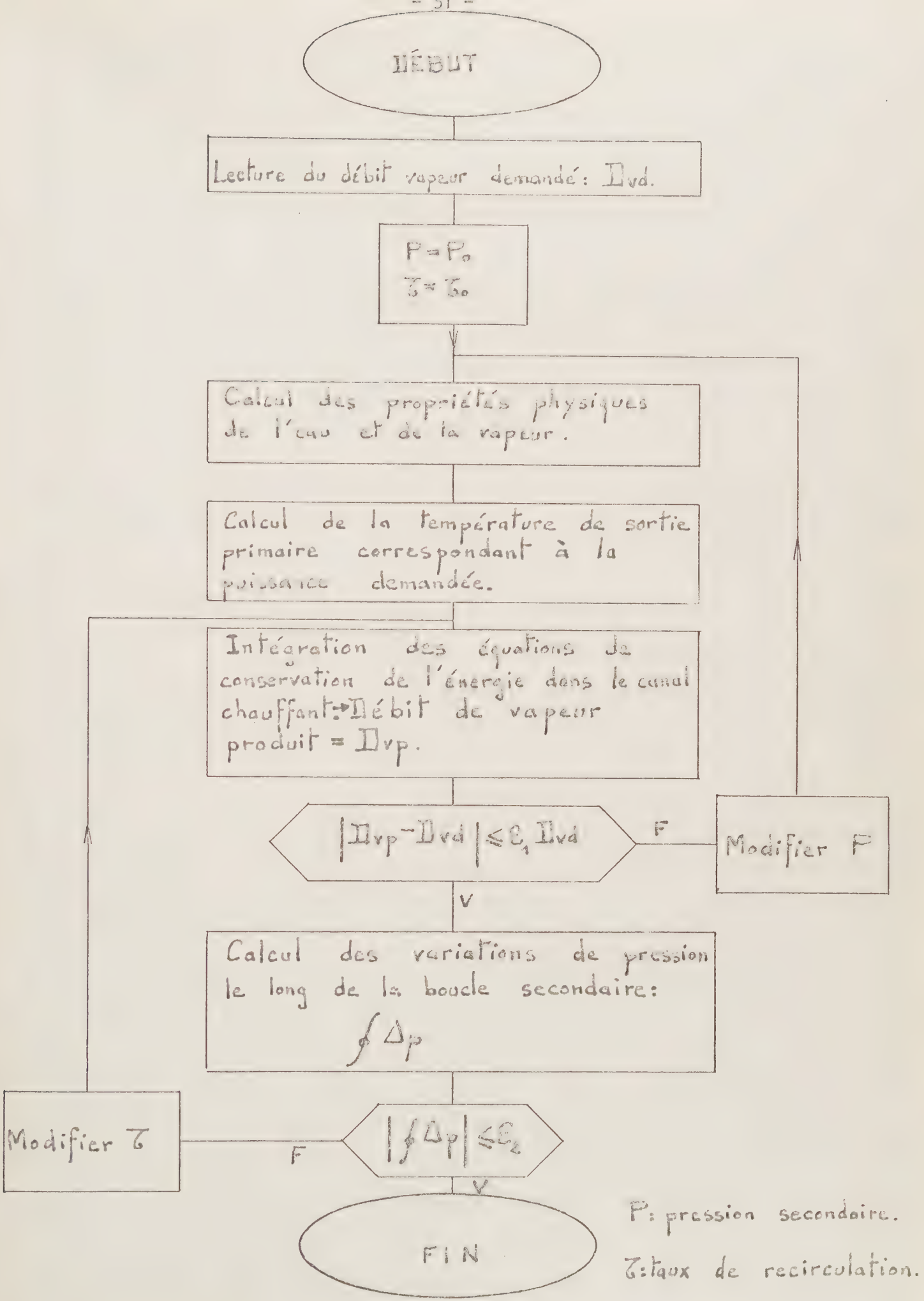
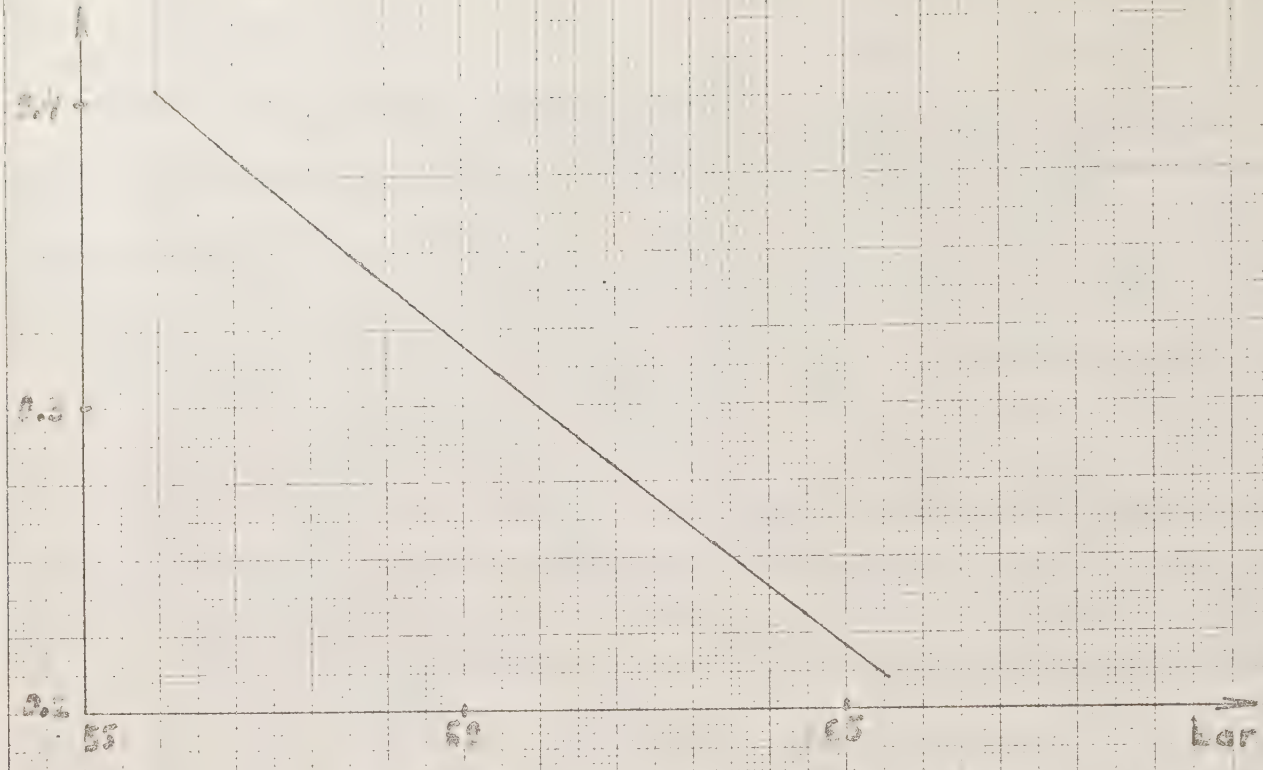


Fig.4.1. Organigramme du calcul en régime permanent.



Qualité en sortie du canal chauffant en fonction de la pression (à taux de recirculation constant).

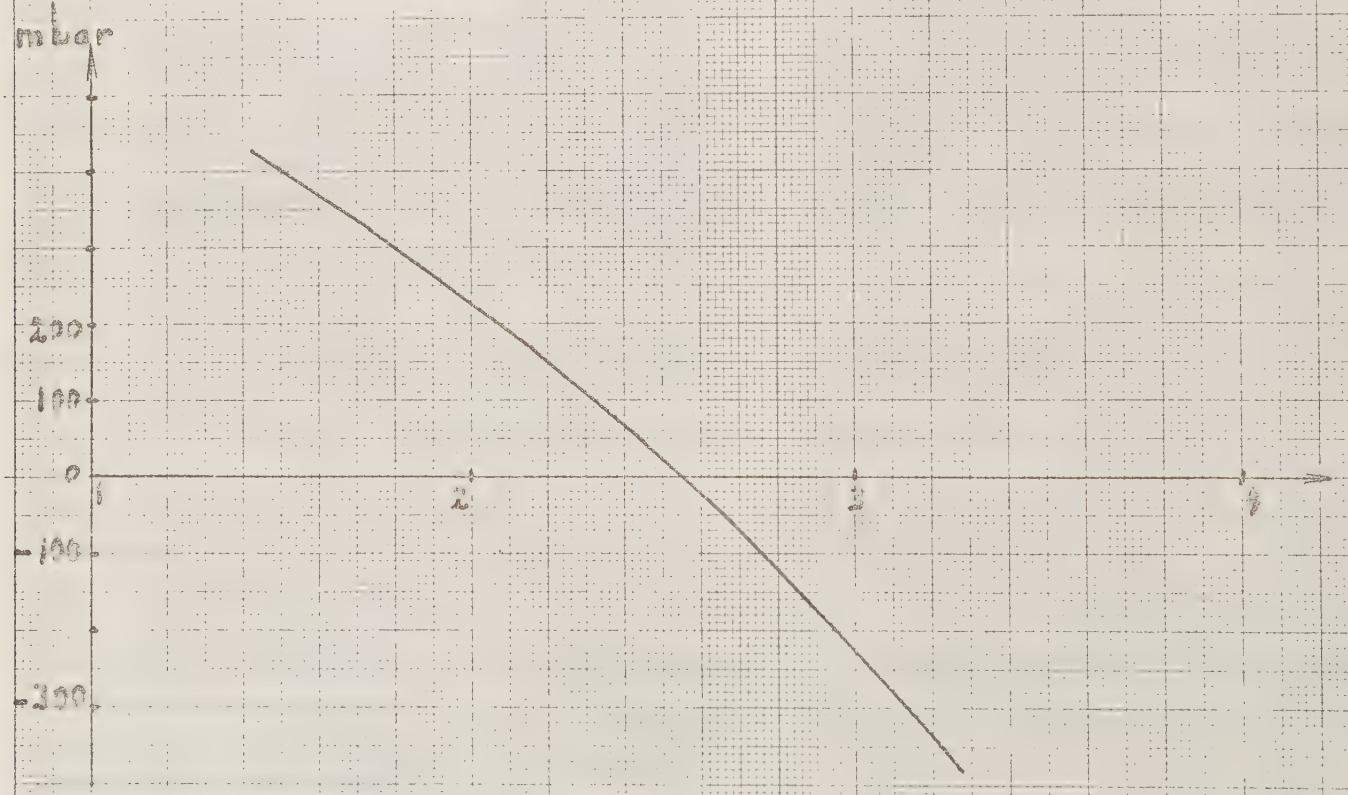


Fig.4.2. Somme des variations de pression le long de la boucle secondaire en fonction du taux de recirculation (à pression constante).

REMARQUES :

1. La puissance transmise du primaire au secondaire ne dépend pratiquement pas du débit secondaire :

- en zone bouillante, le flux transmis ne dépend pas du débit (paragraphe C.2.)

- en zone non bouillante, à une augmentation (respectivement : une diminution) du débit correspond une augmentation (respectivement : une diminution) de la température d'entrée dans le canal chauffant. La puissance échangée dans cette zone ne dépend donc que très peu du débit.

Il en résulte que les deux boucles ci-dessus sont pratiquement découplées : l'ajustement des deux paramètres (pression et taux de recirculation) peut donc être effectué (cf. organigramme. Figure 4.1.) successivement.

2. Calcul de la masse volumique dans une tranche (située entre deux noeuds de calcul)

La masse volumique dans une tranche est prise égale à la moyenne arithmétique de la masse volumique à l'entrée et de la masse volumique à la sortie. (Valeurs déduites de l'enthalpie par l'équation d'état).

Pour la tranche contenant la cote bouillante, le calcul est effectué d'une façon particulière. La cote bouillante est estimée par une interpolation linéaire, effectuée sur l'enthalpie, entre deux noeuds de calcul successifs situés l'un en zone monophasique, l'autre en zone diphasique. La masse volumique moyenne dans la tranche considérée est alors calculée par l'équation suivante :

$$\rho = \frac{\Delta z_{cb}\,(\rho_e + \rho_l) + (\Delta z_b - \Delta z_{cb})(\rho_s + \rho_l)}{2\,\Delta z_b}$$

avec :
- Δz_b : hauteur de la tranche contenant la cote bouillante
- Δz_{cb} : hauteur de la zone monophasique dans cette tranche
- ρ_l : masse volumique de l'eau saturée
- ρ_e : masse volumique à l'entrée
- ρ_s : masse volumique à la sortie

4.1.4. *Choix de la méthode d'intégration*

Pour assurer la stabilité et la précision du calcul, la méthode choisie pour intégrer les équations de conservation de l'énergie est la méthode d'EULER modifiée (Annexe D). Les résultats du tableau 4.3. (relatif au régime nominal) montrent qu'une bonne précision peut être obtenue en choisissant un pas de calcul de l'ordre de 1.m. La comparaison des résultats de la méthode d'EULER (Δz = 1.m) et de la méthode d'EULER modifiée (Δz = 0.2m), que nous prenons pour solution de référence, montre que l'erreur due à la méthode d'EULER croît, comme prévu dans l'annexe D, lorsque l'intégration progresse de tranche en tranche. Cependant, cette instabilité est ici de faible amplitude.

En pratique, le critère de stabilité développé dans le paragraphe D.2., relatif au correcteur utilisé par la méthode d'EULER modifiée, est toujours vérifié. Deux itérations du correcteur sont suffisantes.

4.2. *RESULTATS*

A titre d'exemple, nous présentons les variations en fonction de la charge de différentes variables du modèle. (La charge est la puissance thermique transmise).

Les entrées ont les valeurs suivantes[1] :

- charge nominale (100 %) : 930 MW
- température alimentaire : Figure 4.5.
- température d'entrée primaire : Figure 4.4.
- débit primaire (constant) : 4230 kg/s
- pression primaire (constante) : 155 bars
- niveau d'eau (constant) : 12.85 m
  (par rapport à la plaque tubulaire)

---

(1) Il s'agit de valeurs d'étude qui ne correspondent pas nécessairement à une centrale déterminée.

Cote (par rapport à la plaque tubulaire) (m.)	Enthalpie branche chaude (kJ/kg)			Enthalpie branche froide (kJ/kg)			Enthalpie secondaire (kJ/kg)		
	Euler $\Delta z = 1.m$	Euler modifiée $\Delta z = 1.m$	Euler modifiée $\Delta z = 0.2m$	Euler $\Delta z = 1.m$	Euler modifiée $\Delta z = 1.m$	Euler modifiée $\Delta z = 0.2m$	Euler $\Delta z = 1.m$	Euler modifiée $\Delta z = 1.m$	Euler modifiée $\Delta z = 0.2m$
0	1470.00	1470.00	1470.00	1256.72	1256.74	1256.71	1130.56	1130.51	1130.33
1	1446.75	1447.70	1447.75	1253.84	1260.24	1260.33	1201.50	1200.00	1200.13
2	1425.47	1427.23	1427.33	1263.63	1264.31	1264.48	1263.15	1266.08	1266.20
3	1406.04	1408.43	1408.62	1267.91	1268.80	1268.99	1332.81	1328.63	1328.71
4	1389.35	1391.35	1391.51	1272.53	1273.73	1273.98	1332.30	1329.18	1329.20
5	1372.27	1375.73	1375.90	1277.61	1279.51	1279.52	1443.25	1445.13	1445.14
6	1357.68	1361.43	1361.68	1283.23	1285.37	1285.60	1504.27	1493.77	1493.80
7	1344.46	1348.53	1348.73	1289.39	1292.52	1292.27	1556.40	1552.57	1552.62
8	1332.5	1336.74	1336.34	1296.10	1299.34	1299.60	1606.71	1603.33	1604.07
9	1321.67	1326.03	1326.23	1303.46	1307.38	1307.66	1655.67	1654.47	1654.61
10	1311.83	1316.29	1316.43	1311.52	1316.22	1316.52	1703.72	1704.30	1704.68

Fig 4.3. Influence du pas de calcul et de la méthode d'intégration. (Régime permanent).

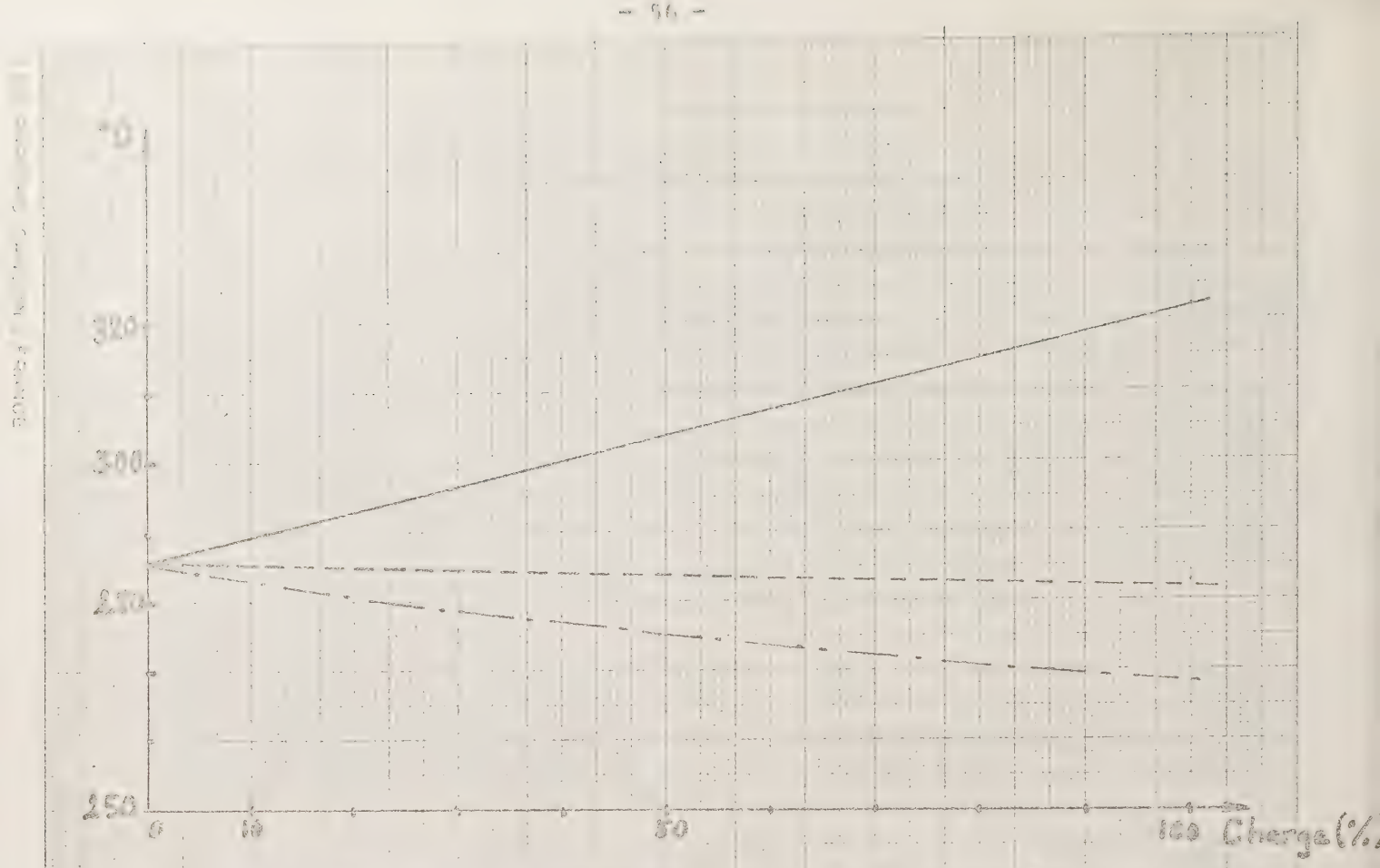


Fig.44. Températures primaires (Entrée:—— Sortie:- - -)
Température de saturation secondaire:— · —.

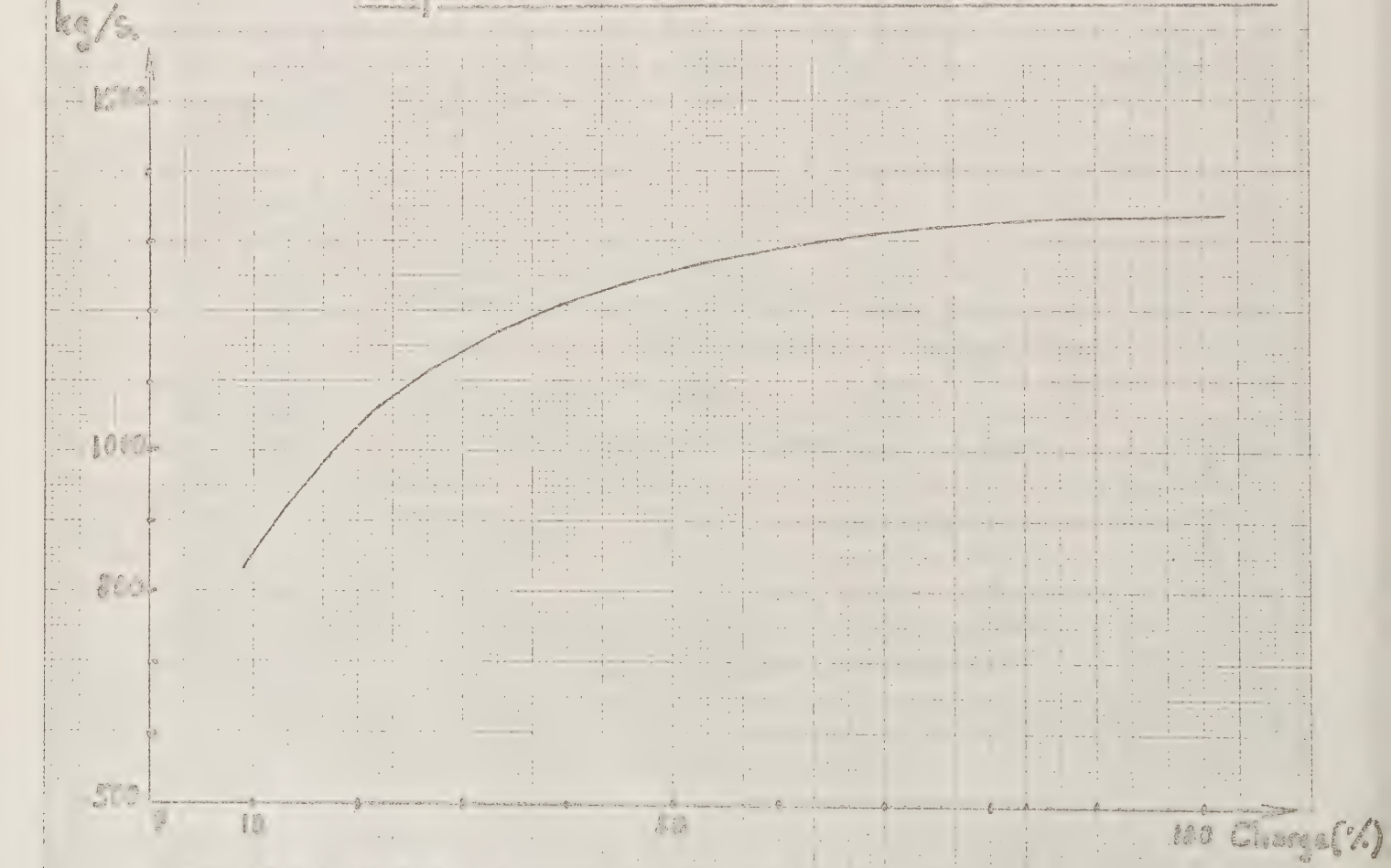


Fig.45. Débit de recirculation.

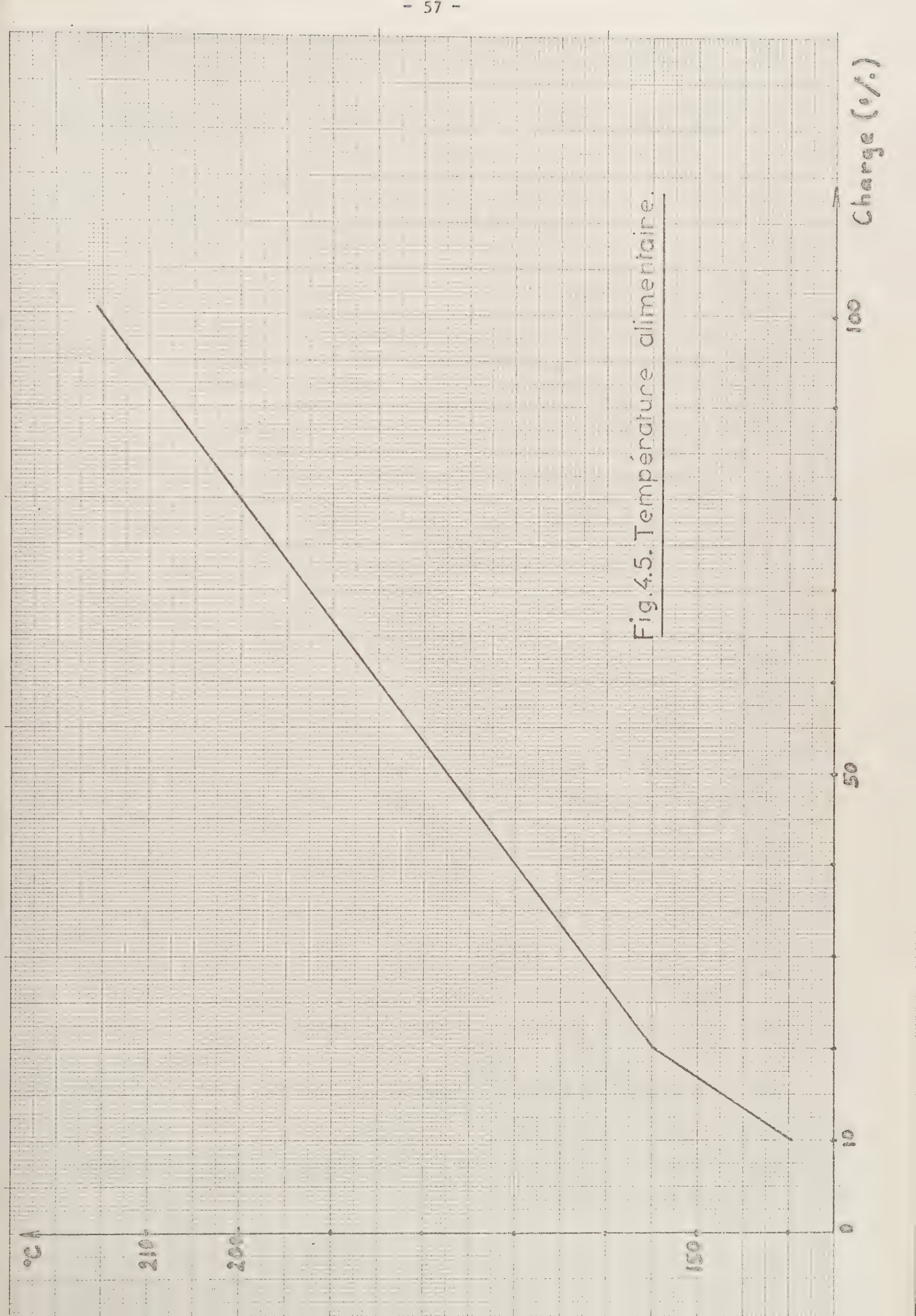


Fig.4.5. Température alimentaire.

Les pertes de charge les plus importantes sont[1] (à la charge nominale)

- anneau alimentaire : 350 m bar
- séparateur : 50 m bar

Les figures 4.4. et 4.7. montrent les variations de la température de sortie primaire, de la pression secondaire et de la température de saturation correspondante. Le diagramme 4.4. correspond à un compromis entre deux objectifs contradictoires :

- assurer une température moyenne primaire constante pour minimiser les problèmes de contrôle de puissance nucléaire par les barres, et pour limiter les variations du volume du circuit primaire qui doivent être compensées par le pressuriseur.

- assurer une température de vapeur constante ce qui nécessite une température moyenne primaire croissante.

La courbe de la figure 4.6. montre les variations du taux de recirculation. Les points notés par des signes + sur cette figure, correspondent aux résultats obtenus par le programme PH2124 utilisé par la Société FRAMATOME. (Ce modèle, employant la corrélation de MARTINELLI - NELSON au lieu de la corrélation d'ARMAND, ne calcule que le régime permanent). Les résultats sont en très bon accord avec les nôtres. Le débit de recirculation (figure 4.8.) évolue relativement peu lorsque la charge varie. Ce phénomène peut s'expliquer de la façon suivante. Lorsque la charge augmente, la qualité moyenne de l'émulsion contenue dans le canal chauffant augmente. Il en résulte un accroissement de la différence de pression hydrostatique entre le canal de descente et le canal chauffant (phénomène moteur de la circulation naturelle), mais celui-ci est compensé par une augmentation des pertes de charge dans la zone diphasique.

---

(1) Il s'agit de valeurs d'étude qui ne correspondent pas nécessairement à une centrale déterminée.

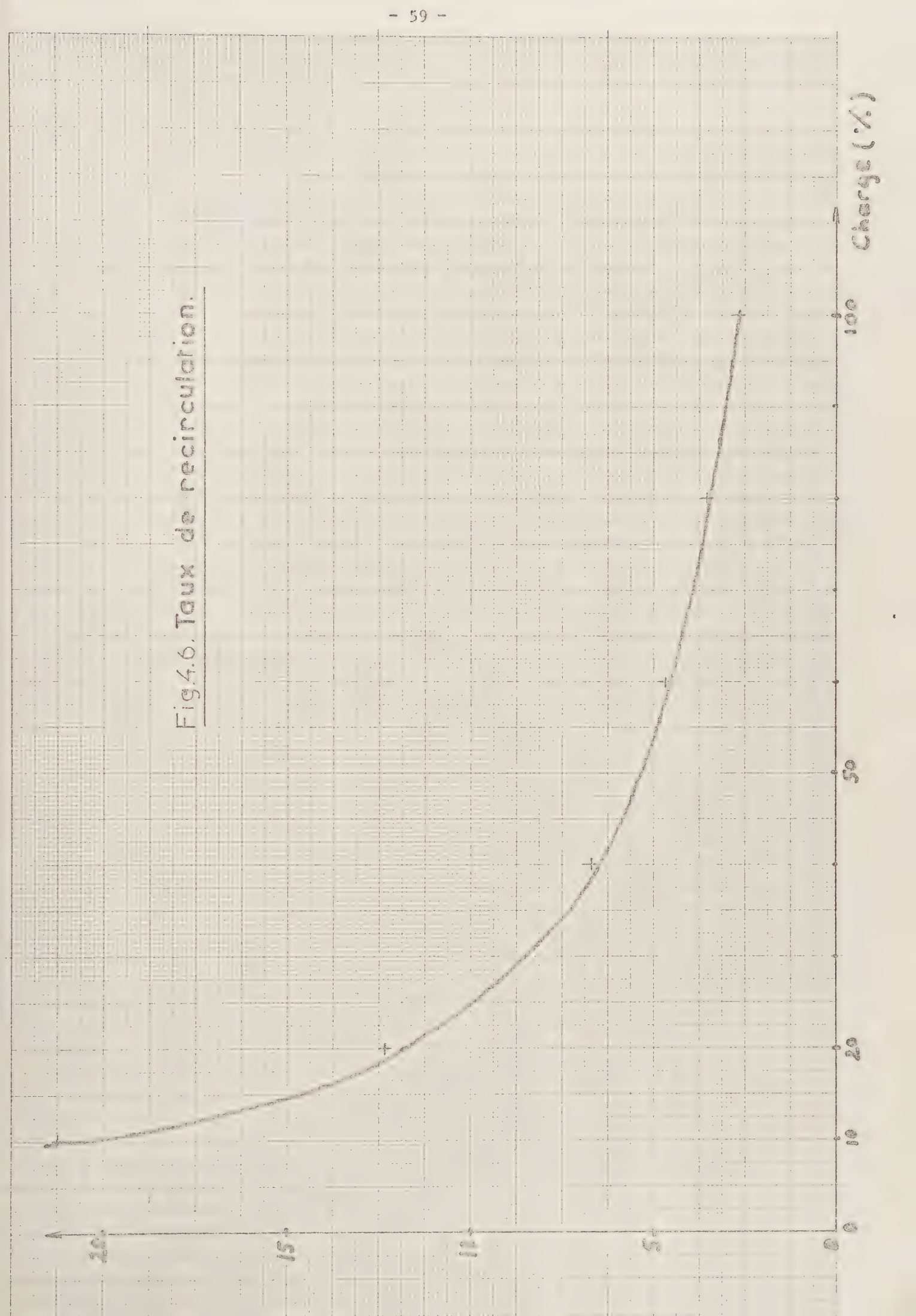


Fig 4.6. Taux de recirculation.

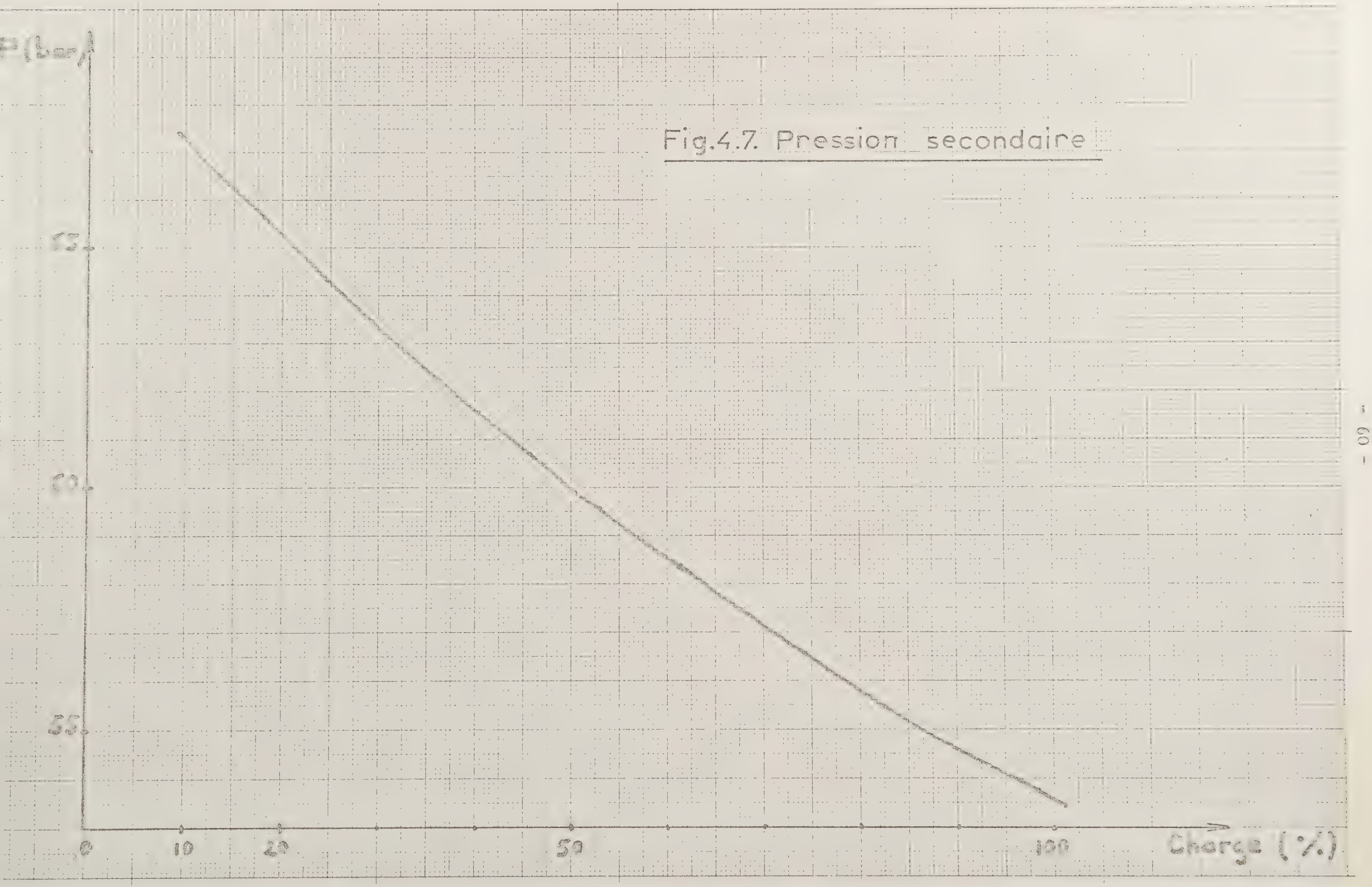


Fig.4.7. Pression secondaire

Pour une charge égale à 100 %, nous donnons le profil de différentes variables dans le canal chauffant. (Figure 4.9.). Ces résultats sont également en bon accord avec ceux du programme PH2124 (indiqués par des signes +). La figure 4.10. montre les variations du flux thermique échangé entre primaire et secondaire. Il existe un certain déséquilibre entre la puissance cédée par la branche chaude et celle cédée par la branche froide.

4.3. CONCLUSION

L'étude présenté dans le paragraphe 4.2. a permis de préciser le fonctionnement du générateur de vapeur. Une bonne concordance a été constatée avec les résultats du modèle PH2124. Le calcul en régime permanent permet d'obtenir les valeurs initiales nécessaires au calcul en régime transitoire qui fera l'objet du chapitre suivant.

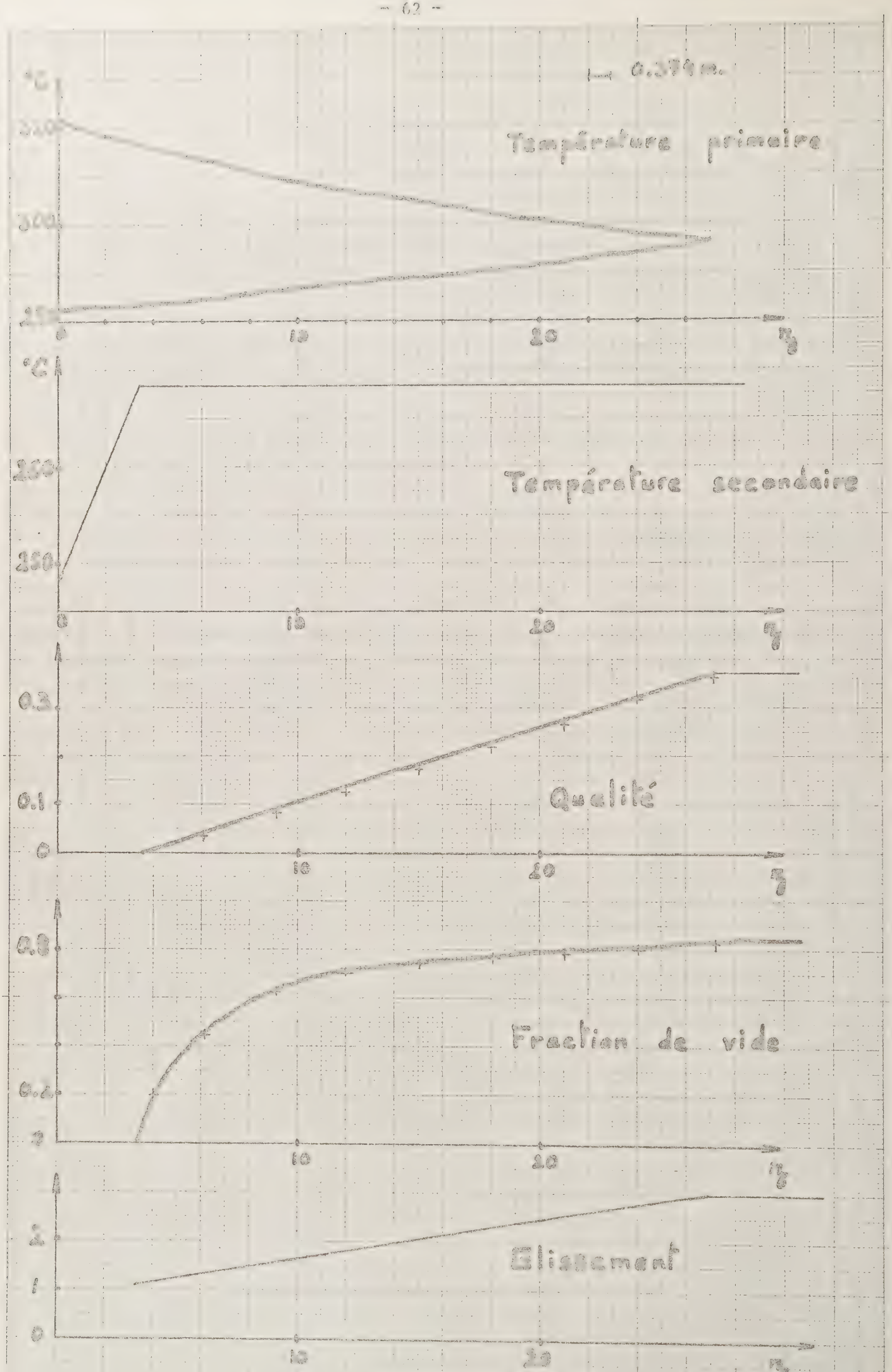


Fig.4.9. Régime permanent. Charge: 100 %

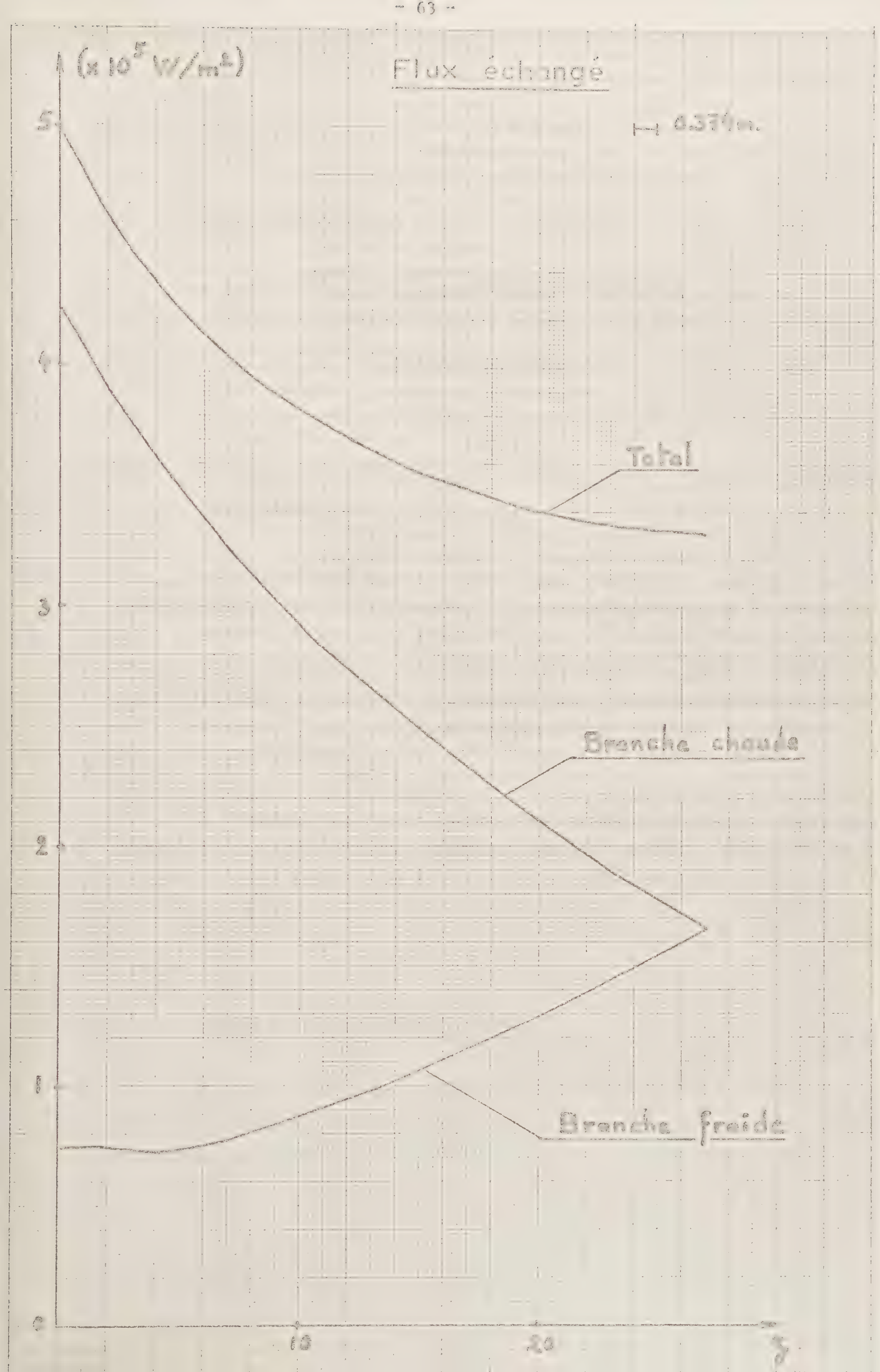


Fig.4.10. Régime permanent. Charge: 100 %

CHAPITRE V

DEVELOPPEMENT ET APPLICATION DU MODELE

EN REGIME TRANSITOIRE

Dans ce chapitre, nous exposerons tout d'abord le développement du modèle en régime transitoire. Nous envisagerons ensuite la contribution de notre programme aux deux études suivantes :

- étude de la stabilité du fonctionnement
- régulation du niveau de l'eau.

5.1. ORGANISATION DU CALCUL

Le calcul en régime permanent (chapitre IV) ayant permis de déterminer la valeur initiale de chaque variable, énumérons les diverses opérations qui sont à effectuer pour progresser d'un pas de calcul (instant : t) au suivant (instant : $t + \Delta t$).

5.1.1. *Intégration des équations de conservation de l'énergie au primaire et au secondaire*

La méthode adoptée est exposée dans l'annexe E. L'étude de la stabilité de la résolution (Annexe E) nous ayant montré que le pas de calcul Δt à utiliser devait être de l'ordre du temps de parcours d'une tranche élémentaire par une particule de fluide, nous utiliserons un pas de calcul Δt au primaire sous-multiple de celui utilisé au secondaire, compte tenu du fait que la vitesse de l'eau au primaire est supérieure à la vitesse de l'eau au secondaire. (En régime nominal).

La transition entre écoulement monophasique et écoulement diphasique n'introduit pas de problème particulier, puisque l'équation développée dans l'annexe A pour exprimer la conservation de l'énergie au secondaire est identique dans les deux cas.

5.1.2. *Calcul de la pression secondaire*

Ce calcul a déjà été exposé dans le paragraphe 3.3.4..Connaissant la pression secondaire ainsi que l'énergie en tous points, nous pouvons calculer la qualité, la fraction de vide et le glissement. (Paragraphe C.3.).

5.1.3. *Calcul du débit de recirculation*

Rappelons les équations de conservation de la masse (Paragraphe 3.3.2

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial G}{\partial z} = 0 \qquad \text{(Ecoulement monophasique)}$$

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{G}}{\partial z} = 0 \qquad \text{(Ecoulement diphasique)}$$

Des résultats des calculs présentés dans les paragraphes 5.1.1. et 5.1.2. , nous déduisons la valeur de la masse volumique $\rho\ (t + \Delta t)$, en zone monophasique et en zone diphasique. Le calcul de la dérivée par rapport au temps $\frac{\partial \rho}{\partial t}$ doit être effectuée avec soin, l'emploi de la simple approximation :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} \simeq \frac{\rho(t+\Delta t) - \rho(t)}{\Delta t}$$

conduisant à des oscillations de débit. (Annexe F). Connaissant alors la variation de débit dans chaque tranche, le débit de recirculation (débit à l'entrée du canal de descente) est ajusté jusqu'à ce que l'équation (3.10.) soit vérifiée, comme en régime permanent. L'ajustement est effectué au moyen d'interpolations paraboliques successives.

5.1.4. *Choix des pas de calcul*

L'évolution spatiale des variables en régime permanent permet de se fixer un pas de calcul Δz, compte tenu de la précision désirée.

Le pas de calcul Δt doit assurer la stabilité du calcul ainsi qu'une bande passante suffisante compte tenu des transitoires étudiés.

Enfin, il ne faut pas oublier que le coût d'une simulation (fonction du temps machine utilisé) est également un élément intervenant dans ce choix. Si nous considérons un partage du système en éléments de volumes égaux, le pas de calcul Δt étant proportionnel au volume élémentaire (pour un débit constant), nous constatons que, pour un même temps réel final, le temps de calcul (temps machine) est proportionnel au carré du nombre de volumes élémentaires utilisés. Pour cette raison, nous emploierons en général un nombre de tranches inférieur à 40.

A titre d'exemple, pour le découpage en 38 tranches, que nous utiliserons dans le paragraphe 5.2., le temps de calcul est de l'ordre de 0.5s, par seconde de temsp réel sur un calculateur Control Data C D C 7600.

5.1.5. *Conclusion relative au calcul en régime transitoire*

Nous venons de développer le programme de calcul en régime transitoire. Un organigramme (Figure 5.1.) résume les diverses opérations. Un second organigramme (Figure 5.2.) précise comment sont effectuées les interpolations paraboliques mentionnées dans le paragraphe 5.1.3. , qui permettent le calcul du débit de recirculation.

Une comparaison a été effectuée avec le programme LOFTRAN utilisé par la Société FRAMATOME. Ce modèle, appartenant au groupe mentionné dans le paragraphe 2.2.1., n'est pas destiné à l'étude des transitoires rapides. Les régimes transitoires, utilisés pour effectuer la comparaison, correspondent au fonctionnement normal d'une centrale de type P W R :

- échelon de 10 % du débit de vapeur consommé
- montée en puissance : 5 % /mn.

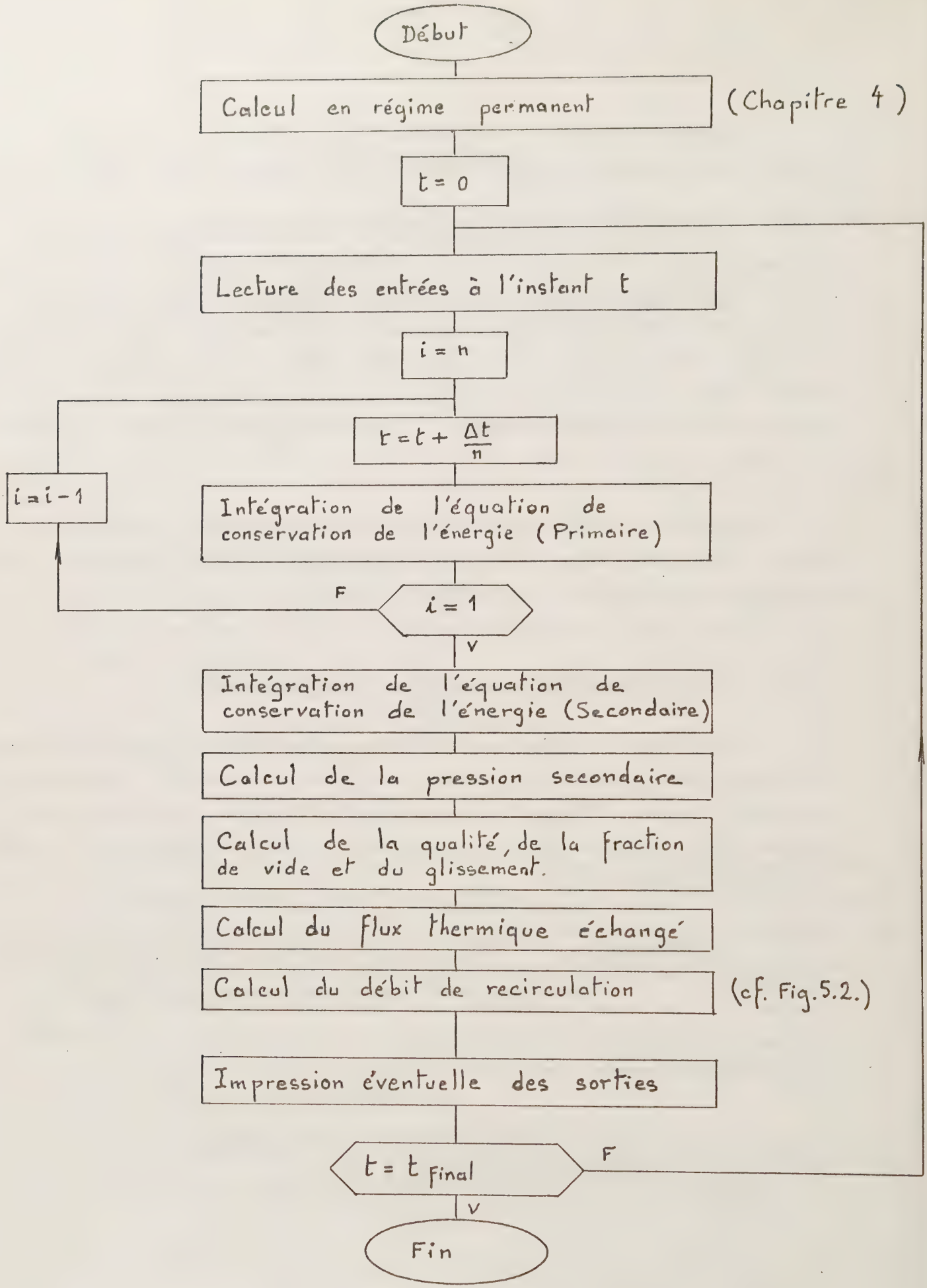


Fig.5.1. Organigramme du calcul en régime transitoire.

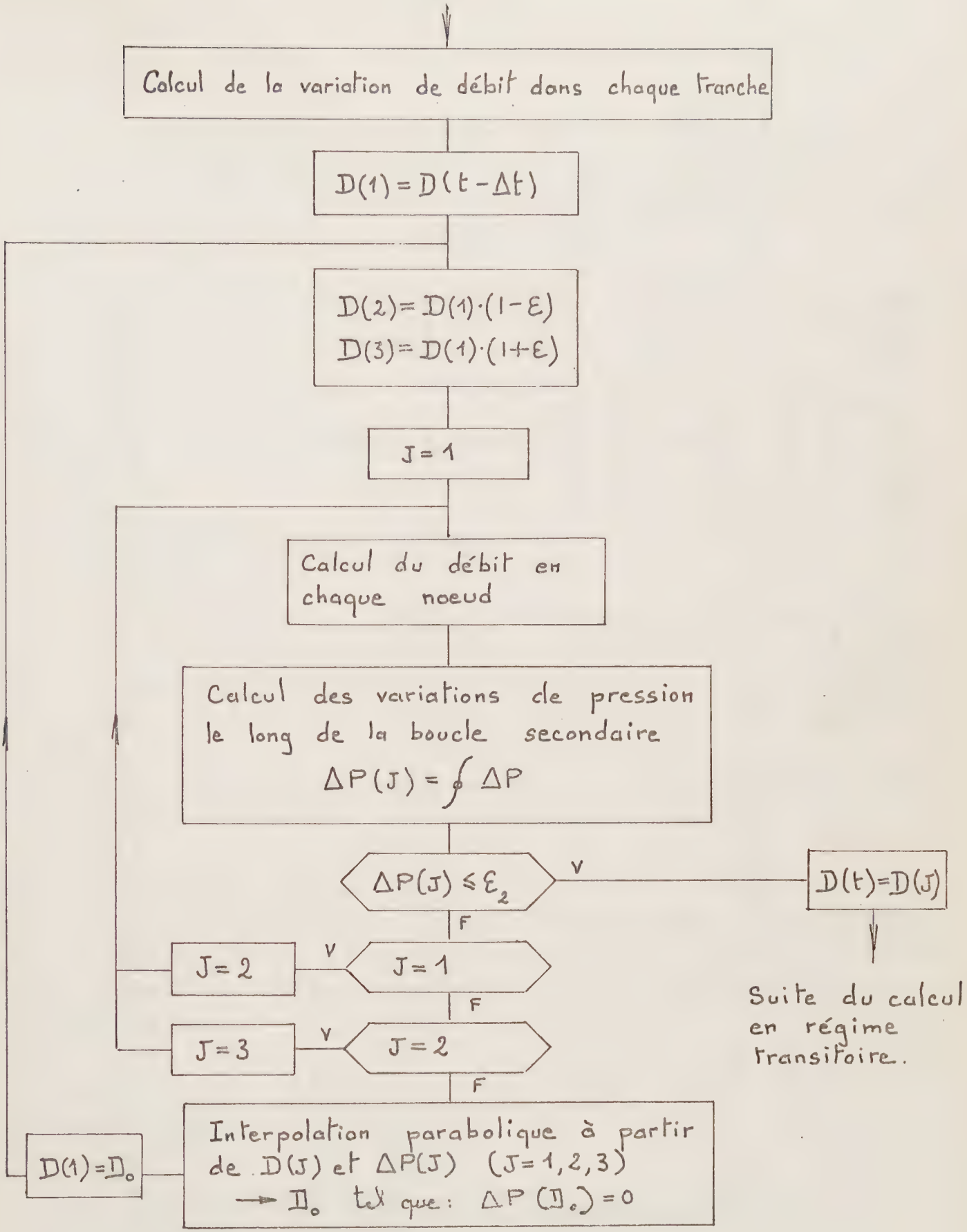


Fig.5.2. Calcul du débit de recirculation.

D = débit de recirculation

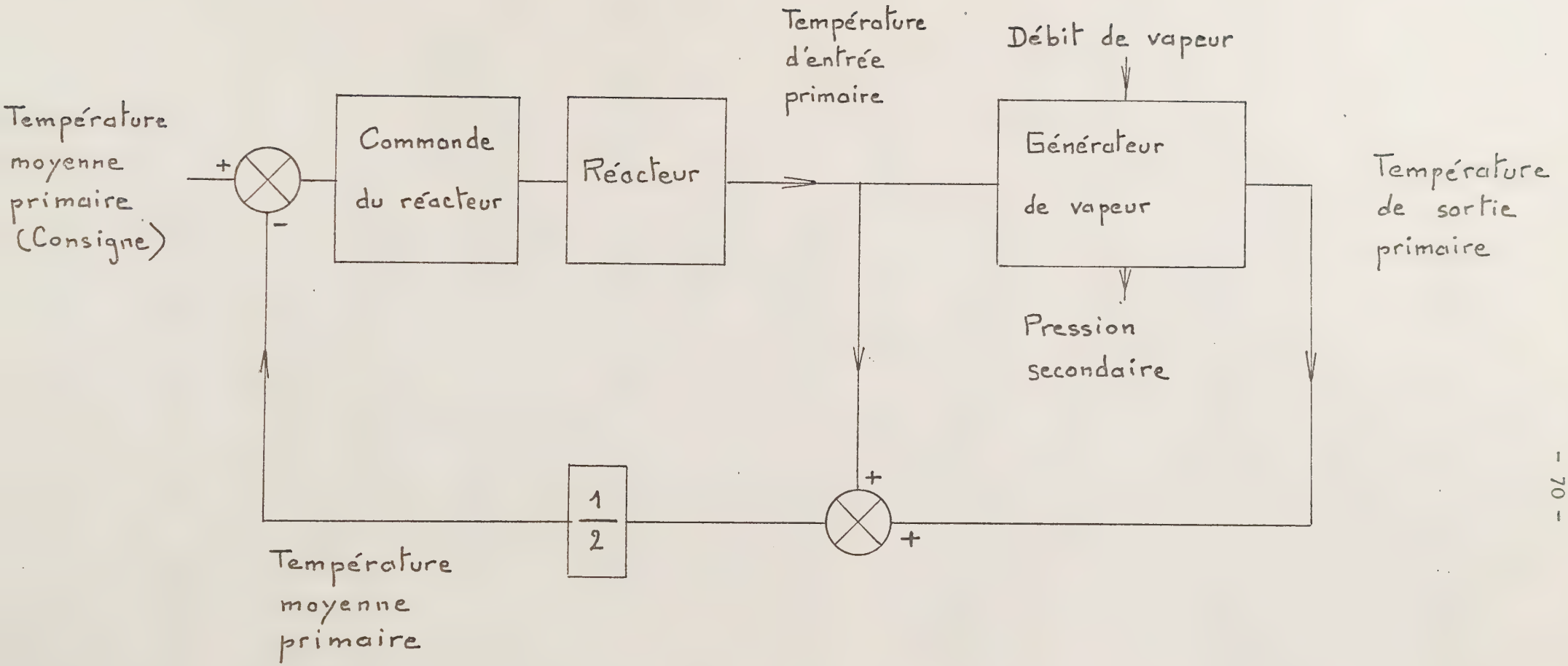


Fig.5.3. Contrôle d'une centrale PWR. Schéma de principe.

Ils peuvent être considérés comme des régimes lentement variables en ce qui concerne le générateur de vapeur. Dans les deux cas, les variations de la pression secondaire et de la température de sortie primaire, calculées par les deux modèles, sont pratiquement identiques.

Nous allons donner dans les paragraphes 5.2. et 5.3. deux exemples d'application de notre modèle.

5.2. APPLICATION A L'ETUDE DE LA STABILITE DE FONCTIONNEMENT

5.2.1. *Principe de l'étude entreprise*

Pour justifier les conditions de notre étude, il est nécessaire de décrire brièvement le principe du contrôle des centrales P W R. (Figure 5.3.). La grandeur réglée est la température moyenne du circuit primaire. La perturbation principale est le débit de vapeur consommé par la turbine, fonction de la puissance délivrée au réseau par l'alternateur. Le schéma (5.3.) ne constitue qu'un schéma de principe sur lequel ne figure pas en particulier le contrôle du niveau de l'eau dans les générateurs de vapeur.

Nous étudierons donc la réponse du générateur de vapeur à des perturbations du débit de vapeur, en supposant que la température primaire d'entrée est maintenue constante. Comme notre but n'est pas ici d'étudier la régulation du niveau d'eau, nous supposerons que le débit d'eau alimentaire est égal au débit de vapeur.

5.2.2. *Résultats*

Une étude paramétrique complète n'a pas été effectuée. Nous nous sommes intéressés seulement à l'influence du coefficient de perte de charge du séparateur liquide-vapeur situé au sommet du canal chauffant.

(Figure 2.2.). La perturbation appliquée est indiquée sur la Figure 5.4. :

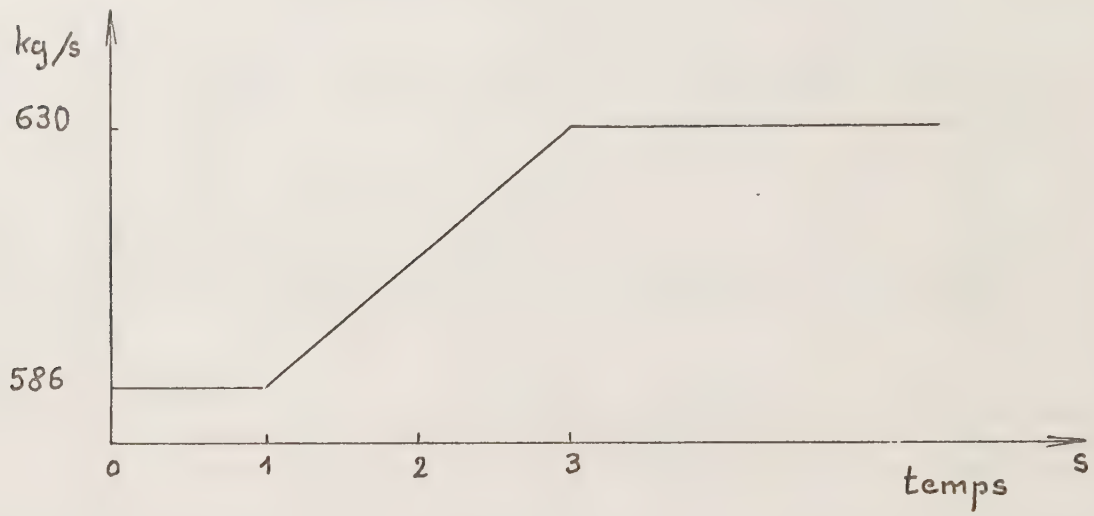


Figure 5.4. PERTURBATION DU DEBIT DE VAPEUR

Le régime permanent initial correspond environ à 120 % de la puissance nominale. Les entrées autres que le débit de vapeur et le débit d'eau alimentaire conservent leurs valeurs initiales qui sont les suivantes :

- température de l'eau alimentaire = 227°C
- débit primaire = 4228 kg/s
- température d'entrée primaire = 328.7°C
- pression primaire = 155 bars

Nous avons envisagé cinq cas. (Tableau 5.5.).

Cas	Coefficient de perte de charge de la plaque de réglage	Coefficient de perte de charge du séparateur	Régime permanent initial		
			Perte de charge dans la plaque de réglage (m bar)	Perte de charge dans le séparateur (m bar)	Taux de recirculation
1	0.426	9.	110.	81.	3.12
2	0	15.	0	144.	3.30
3	0	60.	0	392.	2.32
4	0	90.	0	484.	1.93
5	0	120.	0	550.	1.66

Tableau 5.5.

LES PAPIERS CANSON - FRANCE

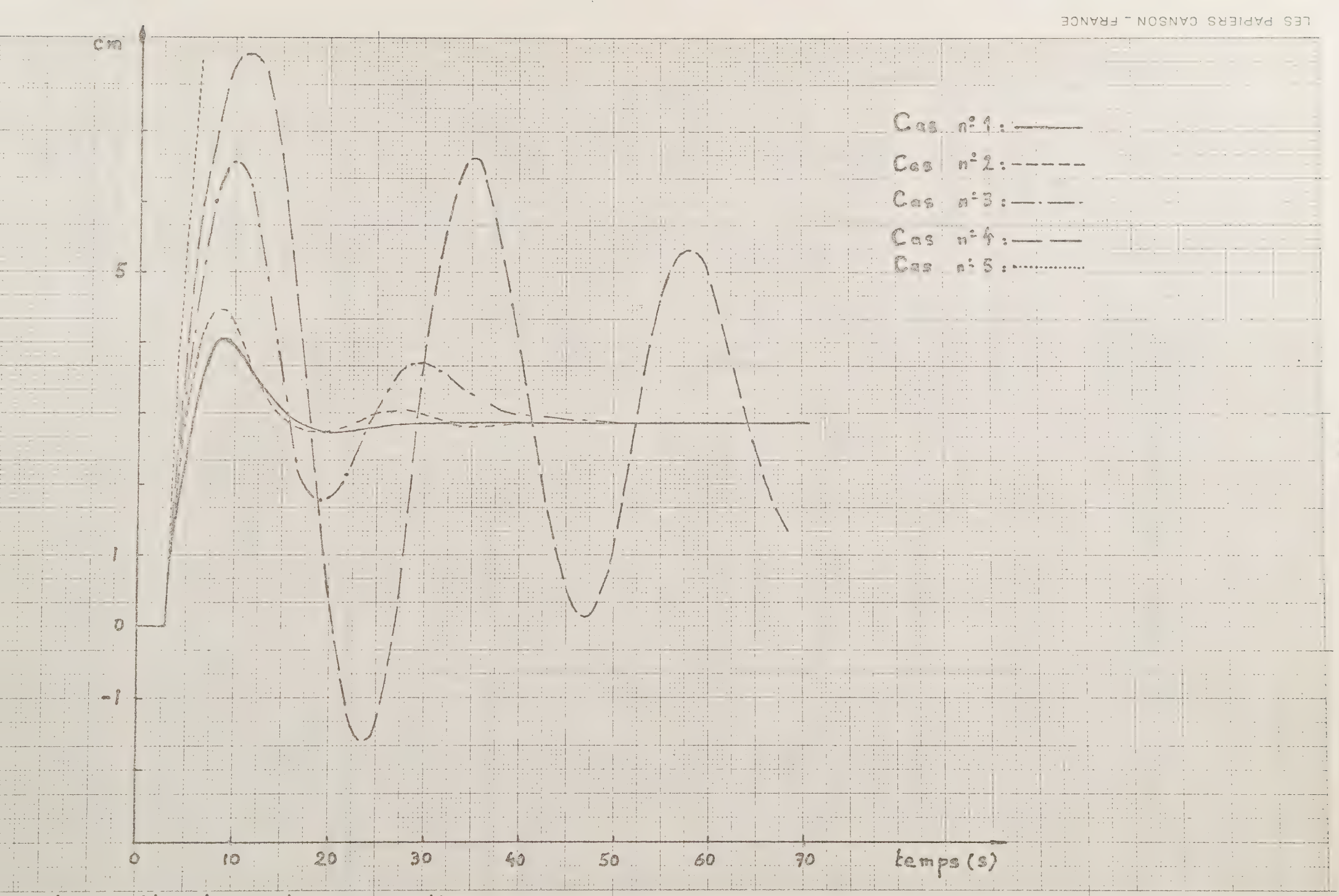


Fig.5.6. Variations du niveau d'eau.

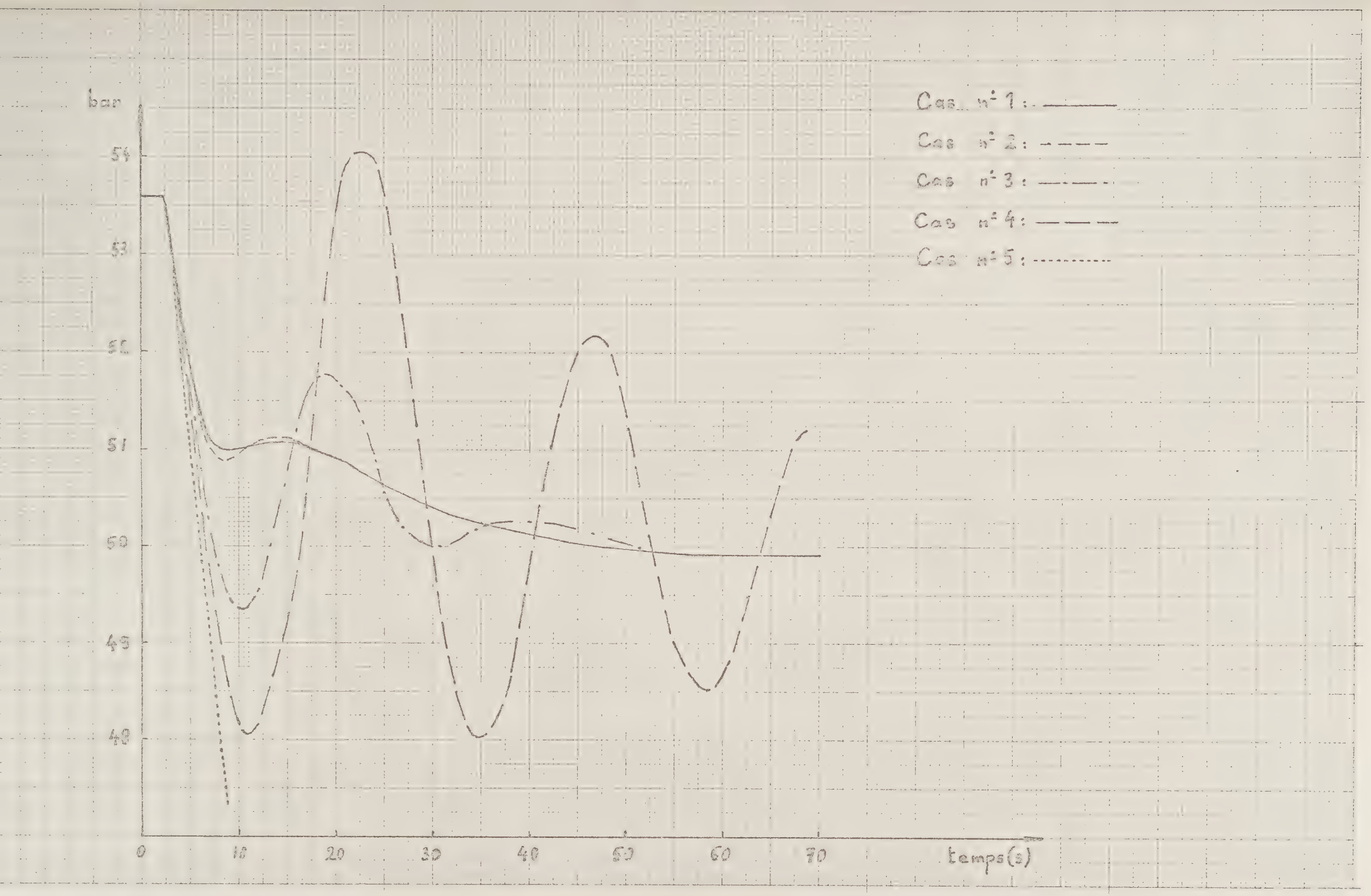


Fig.5.7. Variations de la pression secondaire.

PAPIERS CANSON - FRANCE

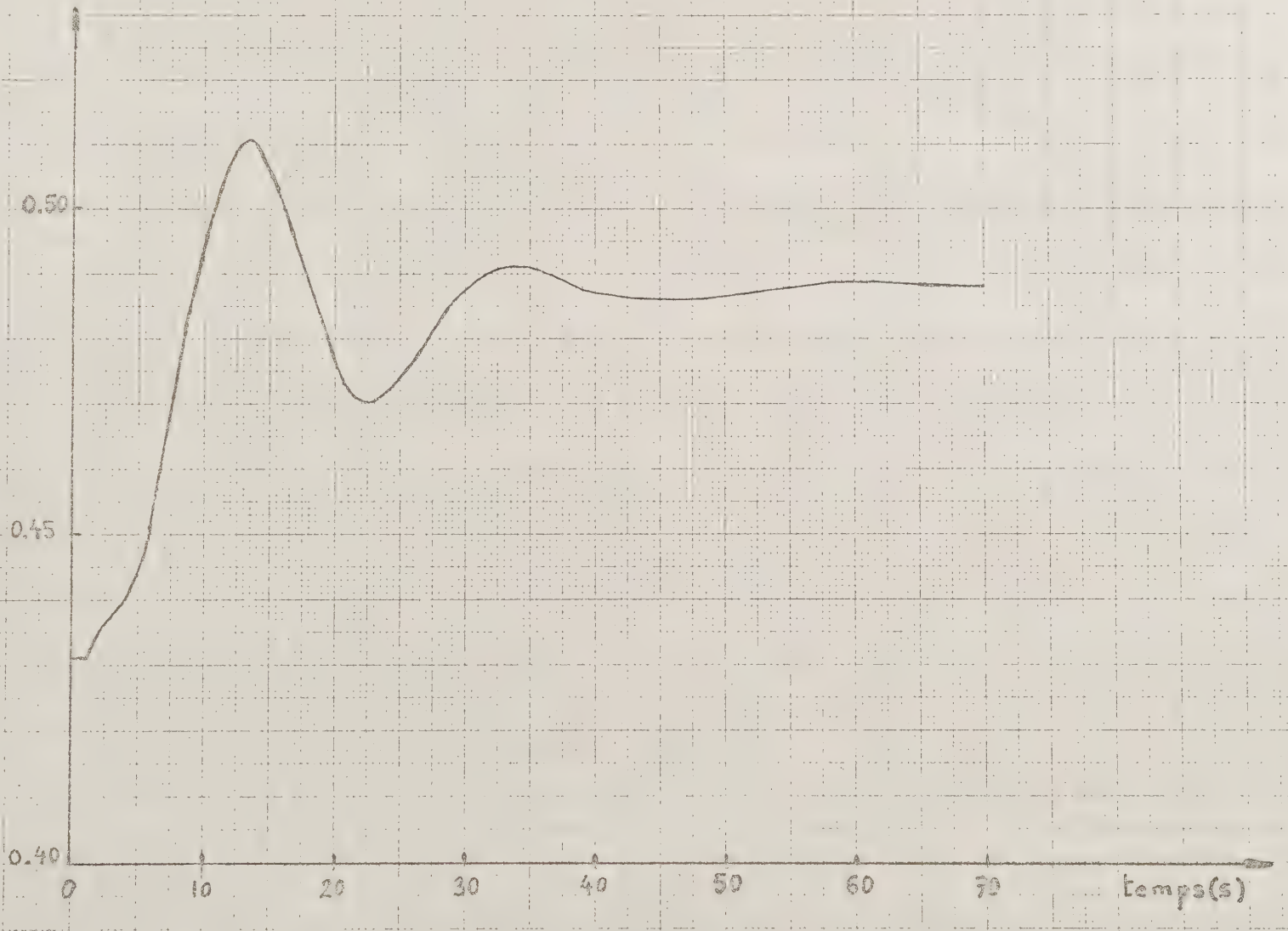


Fig.5.8. Variations de la qualité en sortie du canal chauffant. (Cas $m^{-1}=3$)

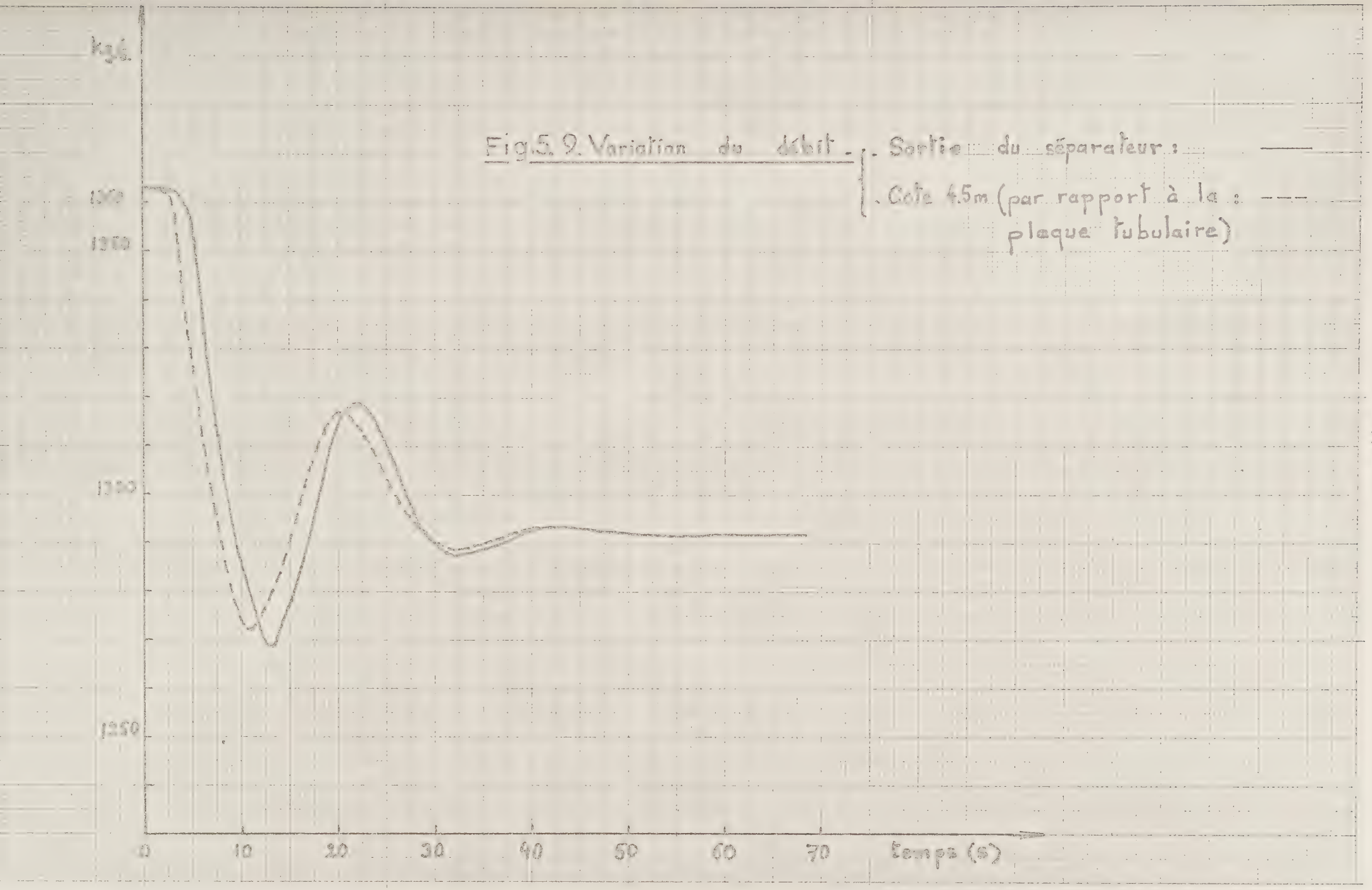


Fig.5.9. Variation du débit - . Sortie du séparateur : ——
. Cote 4.5m (par rapport à la plaque tubulaire) : ---

PAPIERS CANSON - FRANCE

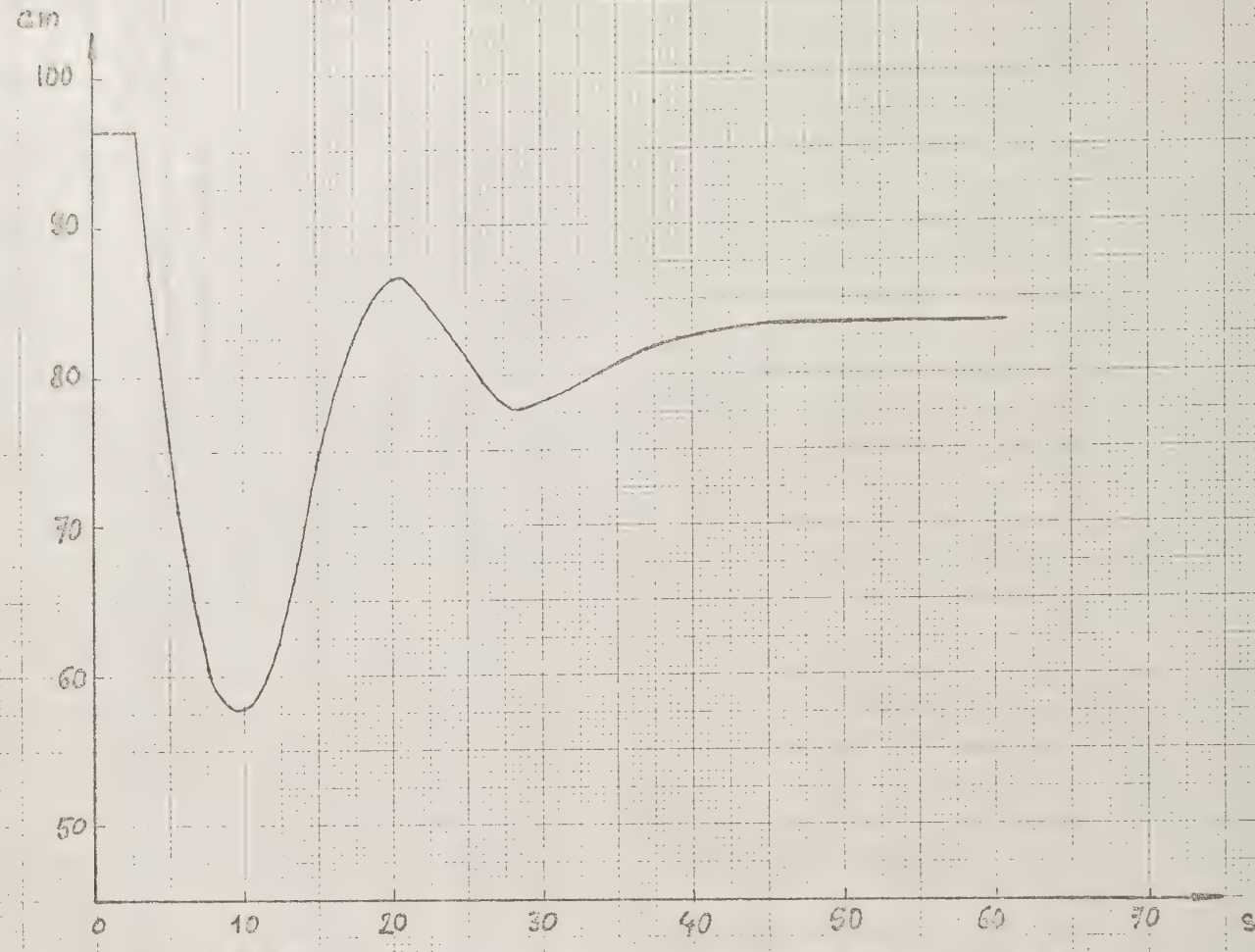


Fig.5.10. Variations de la cote bouillante. (Cas n°3)

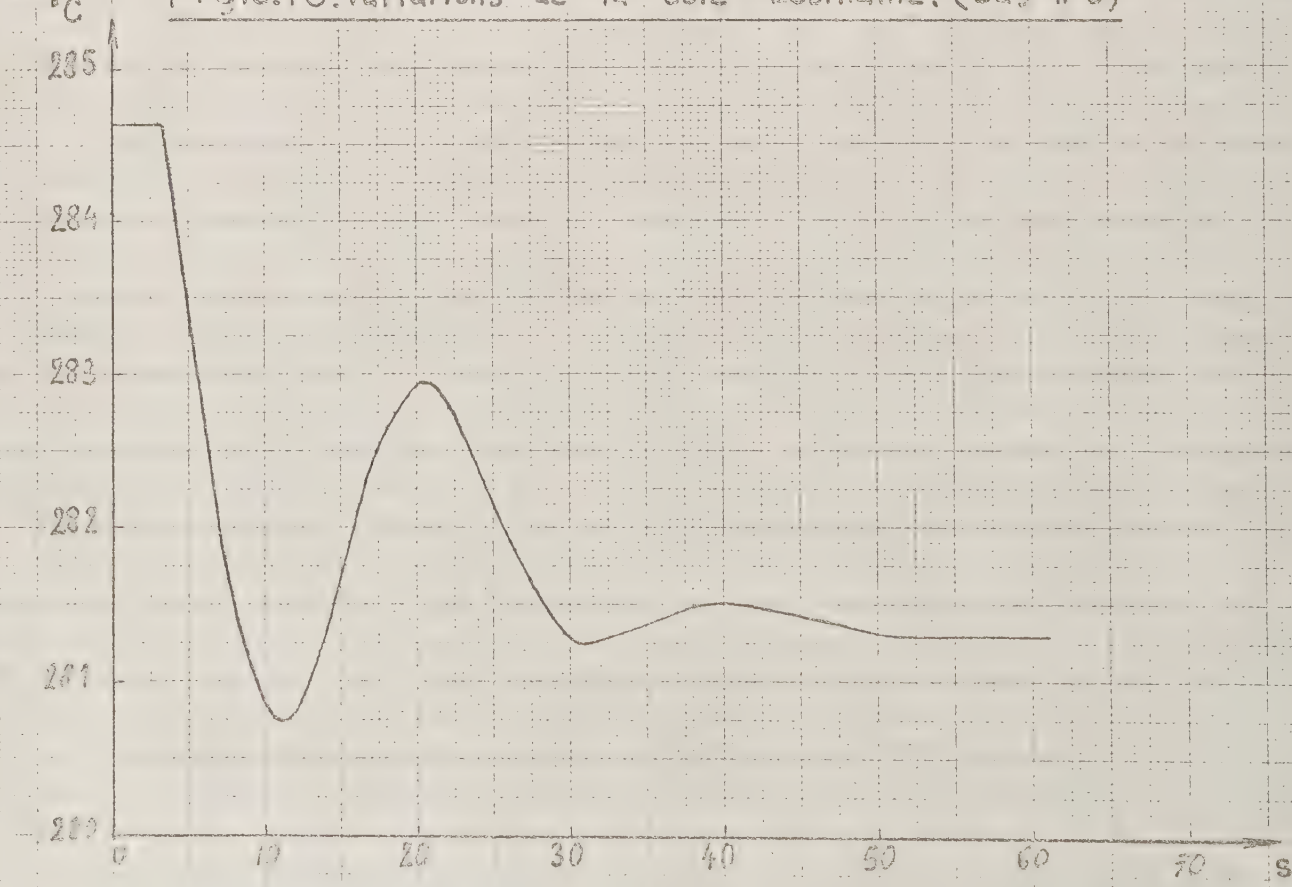


Fig.5.10. Variations de la température de sortie primaire.

(Cas n°3)

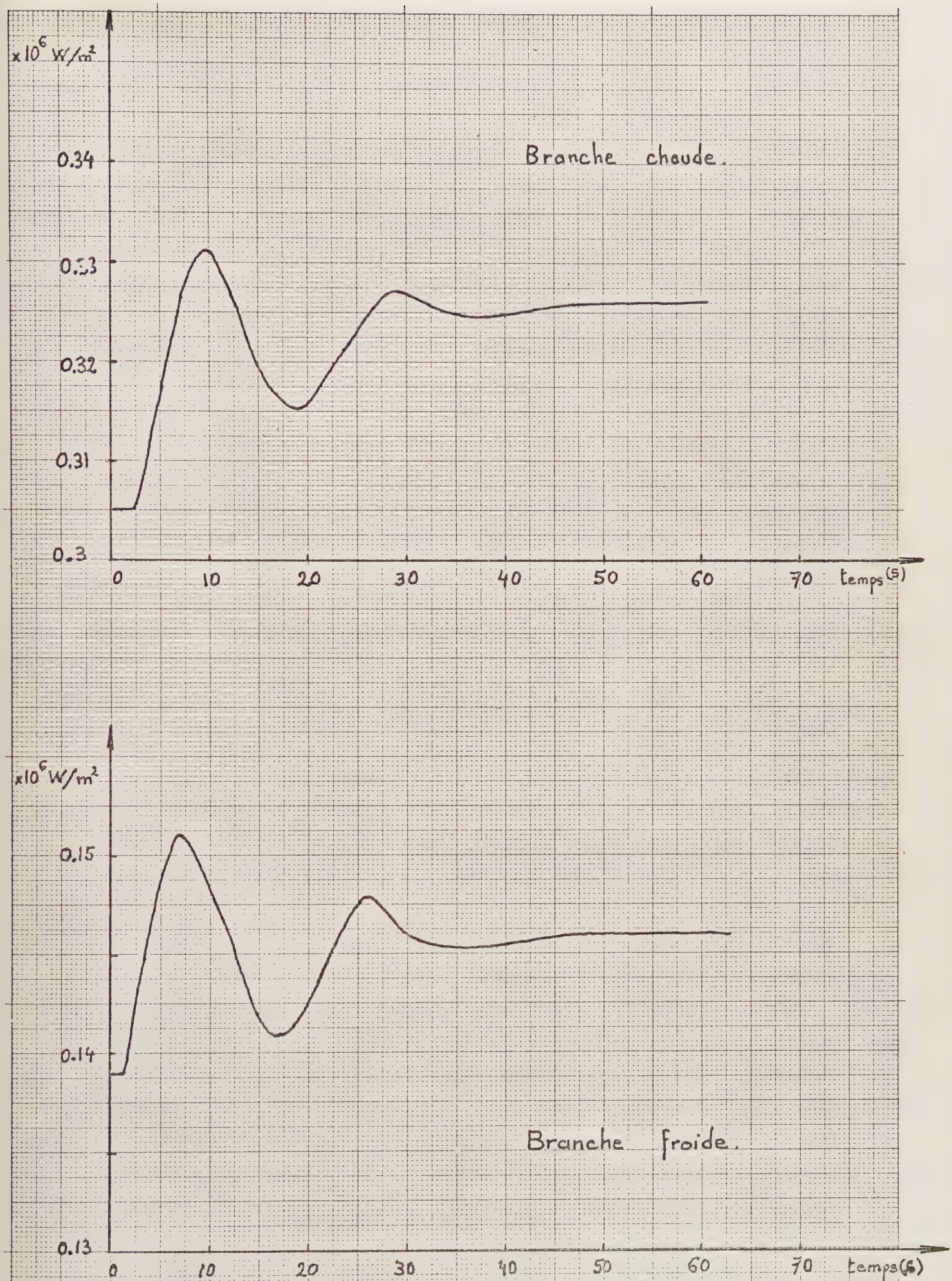


Fig.5.11. Flux de chaleur transmis au secondaire (Cas n° 3)

Cote par rapport a la plaque tubulaire : 4.50 m.

Les courbes des figures (5.6.) et (5.7.) montrent les variations du niveau et de la pression secondaire, celles des figures (5.8.) à (5.11.) précisant les variations d'autres variables dans le cas n° 3. Nous constatons que la stabilité du fonctionnement diminue lorsque le coefficient de perte de charge du séparateur augmente (cas 2 à 5). Le cas n° 5 conduit à un assèchement partiel du faisceau tubulaire. (Dans ce cas, le déroulement de la simulation s'arrête automatiquement). Les cas n° 3 et n° 4 conduisent à des oscillations inacceptables du point de vue de l'exploitation.

La comparaison des cas 1 et 2 , qui correspondent à des taux de recirculation presque identiques en régime permanent, révèle par contre l'influence stabilisatrice d'une augmentation du coefficient de perte de charge de la plaque de réglage située au sommet du canal de descente.

Remarquons que la réserve de puissance du générateur de vapeur est constituée principalement par la masse d'eau qu'il contient, dans un état proche de la saturation, qui se vaporise en partie lors d'une diminution de la pression La réserve de vapeur offerte par le dôme de vapeur est en effet relativement faible, de l'ordre de 1700 kg (correspondant à un volume moyen = 60 m^3).

5.2.3. *Discussion des résultats*

5.2.3.1. *Interprétation physique*

Lorsqu'il n'y a pas de plaque de réglage, les pertes de charge du canal de descente sont négligeables. La différence de pression entre les extrémités du canal chauffant ne dépend alors pratiquement pas du débit. Elle est égale à la différence de pression hydrostatique entre les extrémités du canal de descente. Lorsque le débit de vapeur extrait du générateur de vapeur augmente, la pression secondaire diminue. Cette diminution provoque une augmentation de la qualité en sortie du canal chauffant, qui provoque à son

tour une augmentation des pertes de charge dans la zone diphasique, en particulier dans le séparateur, d'où une diminution du débit de recirculation (Figure 5.9.). La diminution du débit, et l'augmentation de la puissance transmise (Figure 5.11.) contribuent à l'augmentation de la qualité moyenne dans le canal chauffant, d'où allègement de celui-ci. Ce phénomène est favorable à une augmentation du débit. Compte tenu des déphasages existant entre les divers effets mentionnés ci-dessus, la réponse du système peut être du type oscillatoire.

La plaque de réglage, introduisant une perte de charge notable par rapport à celle du séparateur, stabilise le débit de recirculation. En effet, toute augmentation de ce dernier entraîne une augmentation pratiquement immédiate de la perte de charge de la plaque de réglage.

5.2.3.2. *Comparaison avec les résultats publiés antérieurement à notre étude*

Ces résultats (influence déstabilisatrice d'une perte de charge au sommet du canal chauffant, influence stabilisatrice d'une perte de charge à l'entrée de la zone monophasique (plaque de réglage)) sont en accord avec les tendances qui se dégagent des résultats tant théoriques qu'expérimentaux publiés dans la littérature technique (11, 39, 57, 60, 72). Cependant, les conditions adoptées dans notre étude sont différentes de celles des publications antérieures.

En effet, le sujet qui a surtout été étudié jusqu'à présent est la stabilité d'un canal chauffant soumis à une différence de pression constante entre ses extrémités. (Ce cas correspond à l'étude de la stabilité d'un canal fonctionnant en parallèle sur un grand nombre de canaux, la différence de pression étant imposée par ces derniers canaux supposés stables). Deux systèmes ont été considérés :

- réacteurs à eau bouillante.

La puissance neutronique dépend de la fraction de vide dans le canal.

- générateurs de vapeur classiques (chauffés au fuel ou au charbo

Dans ces générateurs, l'écart de température entre les fumées (résultan de la combustion) et l'eau secondaire est tel que les variations de la températu de saturation n'ont qu'une très faible influence sur le flux de chaleur transmis

Le fonctionnement d'un générateur de vapeur à recirculation du type P W est différent puisque :

- le flux transmis ne dépend pas de la fraction de vide
- les variations de la pression secondaire ont une influence non négligeable sur la puissance transmise (Figure 5.11.). Ceci est une conséquence de l'écart relativement faible entre la température moyenne primaire et la température de saturation secondaire. (Figure 4.4.).

5.2.4. *Conclusion*

Nous venons de présenter les résultats d'une application de notre modèle. Bien que les conditions de notre étude soient différentes de celles des études antérieures, nos conclusions sont en accord avec les tendances qualitativ que l'on peut dégager de la littérature technique.

Nos résultats ne pourront pas être vérifiés expérimentalement, puisque les générateurs de vapeur sont, bien entendu, construits de telle sorte que leur fonctionnement soit stable, en fonction de l'expérience précédemment acquise et d'études telles que la nôtre.

5.3. APPLICATION A LA REGULATION DU NIVEAU D'EAU A FAIBLE CHARGE

5.3.1. *But de la régulation de niveau*

Cette régulation a pour but de maintenir le niveau d'eau égal à un niveau de consigne, fixé en fonction de la charge. Les variations de niveau doivent être maintenues entre deux limites :

- une limite supérieure au dessus de laquelle la vapeur risquerait d'entraîner de l'eau vers la turbine, les séparateurs étant noyés,
- une limite inférieure en dessous de laquelle la circulation naturelle pourrait devenir insuffisante.

La grandeur sur laquelle agit la régulation est le débit d'eau alimentaire.

5.3.2. *Analyse du fonctionnement en régime transitoire du générateur de vapeur*

Notre modèle montre qu'il existe un phénomène de gonflement du niveau en réponse à une augmentation du débit de vapeur, comme dans les générateurs de vapeur classiques. Nous constatons en effet sur la courbe de la figure 5.6., qui correspond au cas n° 1, une augmentation rapide du niveau pendant les dix premières secondes. La courbe de la figure 5.12., correspond au même cas, mais nous avons déduit la variation de niveau due à l'augmentation du débit alimentaire (consécutive à l'augmentation de débit vapeur). Ceci permet de se rendre mieux compte du gonflement initial. Le système présente donc une réponse à déphasage non minimal. Ce phénomène est dû au fait suivant : la masse de la phase liquide contenue dans le canal chauffant diminue, une partie de cette masse étant transférée dans le ballon, l'autre se transformant en vapeur, lorsque la pression diminue.

LES PAPIERS CANSON - FRANCE

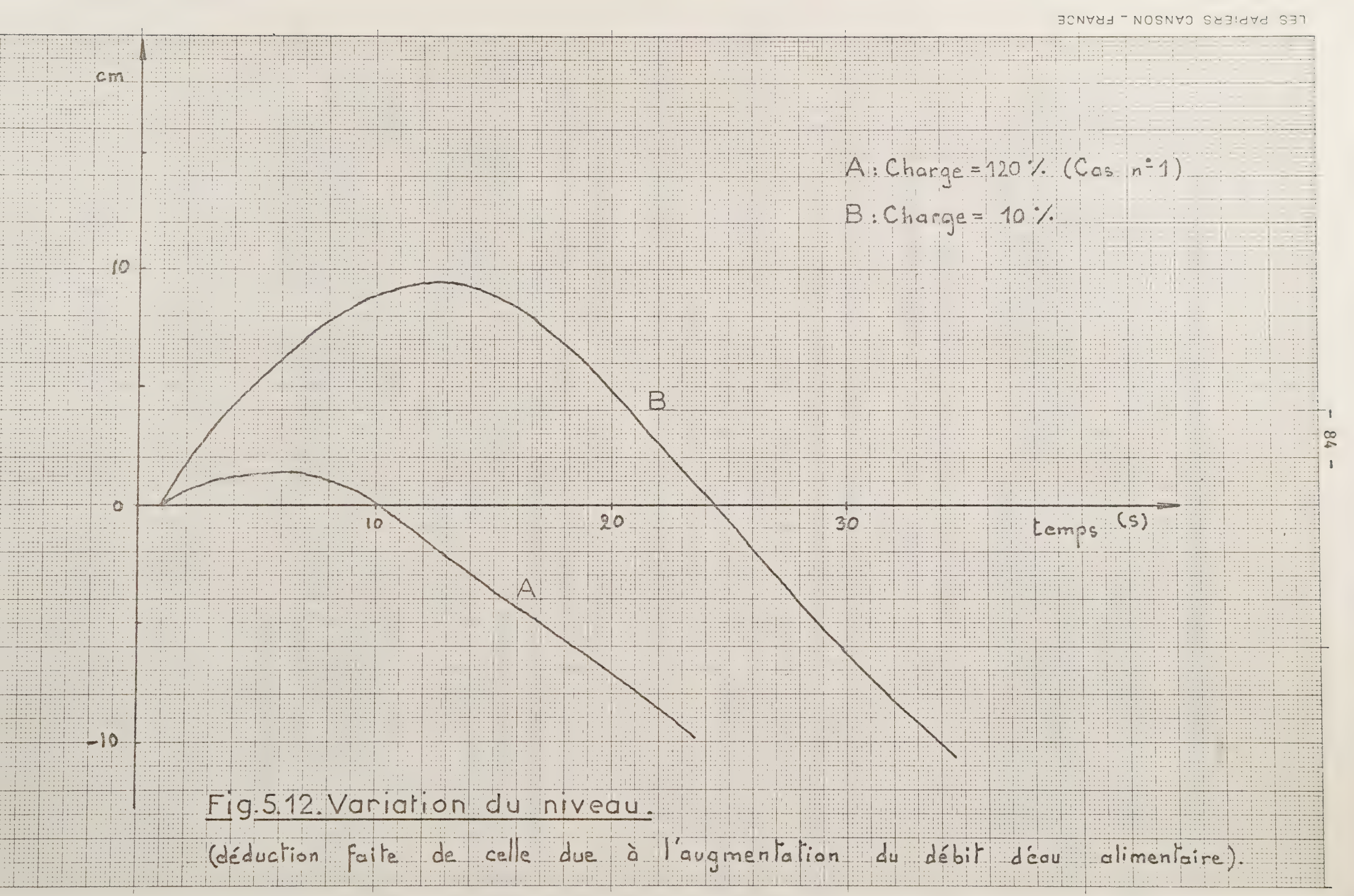


Fig. 5.12. Variation du niveau.

(déduction faite de celle due à l'augmentation du débit d'eau alimentaire).

Etudions le comportement du générateur de vapeur à faible charge. Le régime permanent de départ correspondra à 10 % de la charge nominale. Les variables d'entrées ont les valeurs initiales suivantes, correspondant au cas similaire (10 %) étudié dans le chapitre 4 :

- Débit de vapeur = 40 kg/s
  (égal au débit d'eau alimentaire)
- Température d'eau alimentaire = 140°C
- Température primaire d'entrée = 289.6°C

Les entrées autres que celles précisées ci-dessus ont les valeurs du cas n° 1 (voir 5.2.). Les paramètres hydrauliques sont identiques à ceux du chapitre 4. L'amplitude de la perturbation effectuée sur le débit de vapeur est la même que dans le paragraphe 5.2. : (Figure 5.13.) (le débit d'eau alimentaire est égal à tout instant au débit de vapeur).

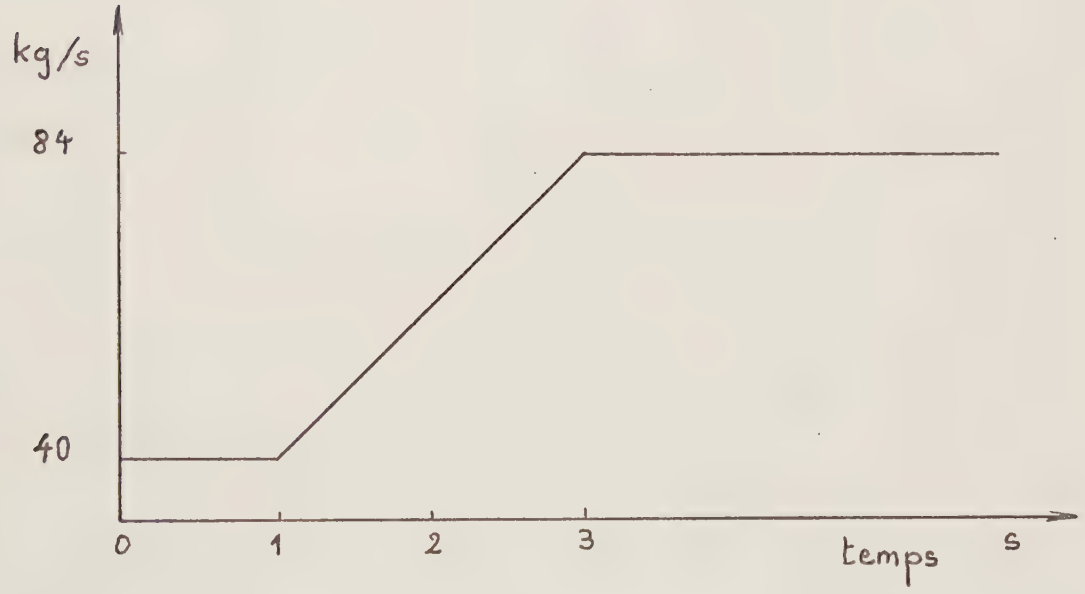


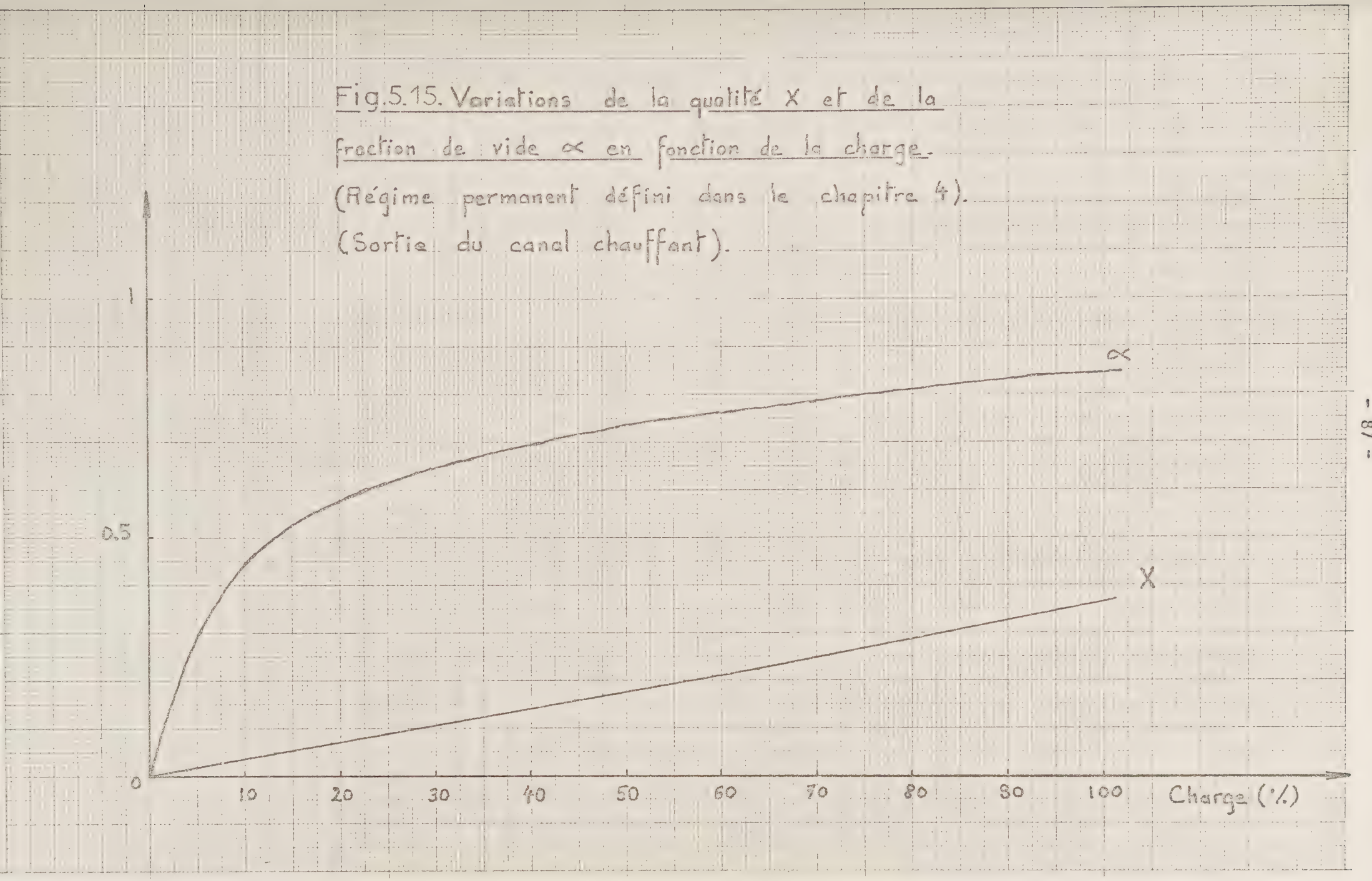
Figure 5.13. Perturbation du débit de vapeur

Nous constatons (Figure 5.14 et 5.12) que l'amplitude des variations de niveau est fortement augmentée. (La courbe de la figure 5.12. correspond à la variation de niveau déduction faite de la variation due à l'augmentation du débit d'eau alimentaire). L'effet de la charge peut s'expliquer de la façon suivante : à faible charge, la qualité de vapeur dans le canal chauffant est très faible. (Figure 5.15). Or nous avons vu (Paragraphe C.3.) que pour les faibles qualités, la fraction de vide varie relativement rapidement en fonction de la qualité. Les variations de la masse de la phase liquide contenue

Fig.514. Variation du niveau.(Charge:10%)

LES PAPIERS CANSON - FRANCE

Fig.5.15. Variations de la qualité X et de la fraction de vide α en fonction de la charge.
(Régime permanent défini dans le chapitre 4).
(Sortie du canal chauffant).



dans le canal chauffant, consécutives à une variation de pression, sont donc relativement plus importantes à faible charge qu'à forte charge.

Le système répond plus lentement, ce qui est normal puisque le temps de parcours de la boucle de recirculation est plus important. (Le débit secondaire vaut 800 kg/s alors que le débit secondaire correspondant au régime nominal vaut 1350 kg/s.).

Ces résultats montrent que la régulation de niveau est plus difficile à réaliser à faible charge qu'à forte charge. Nous n'avons pas étudié en détail l'influence des autres variables d'entrée du générateur de vapeur, puisque, comme nous allons le montrer, l'étude de la régulation de niveau ne peut être effectuée indépendamment de l'étude du poste d'eau.

5.3.3. *Autres paramètres intervenant dans la régulation*

Le poste d'eau comprend essentiellement (Figure 5.16.) :

- le condenseur
- le réchauffeur basse pression
- la pompe d'alimentation
- le réchauffeur haute pression
- la vanne d'alimentation

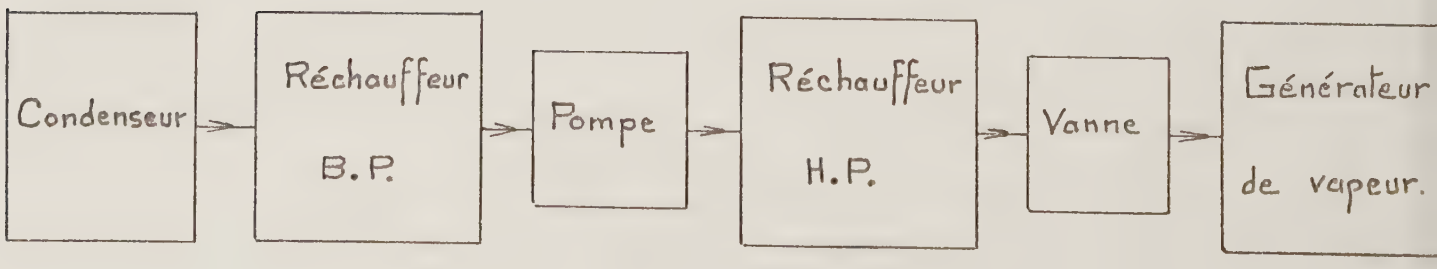


Figure 5.16. Schéma du poste d'eau

La régulation de niveau ne peut être mise au point en ne s'intéressant qu'au seul générateur de vapeur. Il est nécessaire de considérer en particulier les variations des paramètres suivants :

- la vitesse de la pompe d'alimentation (il s'agit d'une turbopompe)
- la température de l'eau d'alimentation à la sortie des réchauffeurs
- la puissance injectée par le primaire.

De plus, à faible charge, le niveau de consigne dépend de la charge. En effet, dans le cas d'une rupture de la tuyauterie de vapeur, la masse de vapeur éjectée sera d'autant plus grande, que la masse d'eau, pratiquement saturée, contenue dans le générateur sera importante. Comme nous avons vu (Paragraphe 5.3.2.) que la masse de la phase liquide contenue dans le canal chauffant en régime permanent est relativement importante à faible charge, le niveau de consigne est diminué à faible charge, pour réduire la masse d'eau stockée dans le ballon.

5.3.4. *Difficulté de réalisation de la régulation à faible charge*

Nous venons de voir que le phénomène de gonflement du niveau, négligeable à forte charge, est relativement plus important à faible charge. En fait, la difficulté de la régulation n'est pas due uniquement au générateur de vapeur. En particulier, la régulation telle qu'elle existe actuellement utilise les mesures du débit d'eau et du débit de vapeur. Les capteurs mesurent la pression différentielle provoquée par le passage de l'écoulement dans une restriction. Leur indication est donc proportionnelle au carré du débit, et l'erreur de mesure est très importante à faible débit.

5.3.5. *Conclusion relative à la régulation de niveau*

Notre modèle permet l'étude de la régulation de niveau. Toutefois, le problème posé ne peut être résolu isolément ; il est nécessaire de tenir compte du comportement en régime transitoire du poste d'eau et du réacteur. Le modèle du générateur de vapeur devra être inséré dans un programme effectuant la simulation des autres parties de la centrale.

CONCLUSION

Le but de notre travail était de développer un modèle simulant le fonctionnement des générateurs de vapeur utilisés dans les centrales nucléaires à eau pressurisée.

Nous avons mené une étude préliminaire pour choisir la structure du modèle. Elle a porté sur deux points :

a) - étude, à partir de documents publiés, des écoulements liquide-vapeur. Nous n'avons tenté aucune expérimentation. En effet, étant donné la puissance du générateur modélisé (900 MW), la conception d'un modèle réduit, à l'échelle d'un laboratoire, semble très délicate.

b) - étude critique de modèles existants de générateurs de vapeur. Afin d'obtenir un modèle valable pour une large gamme de fonctionnement, certaines hypothèses simplificatrices souvent adoptées jusqu'à présent n'ont pas été retenues, en particulier :

  - la pression secondaire varie en fonction du temps,
  - la répartition spatiale du flux de chaleur échangé entre primaire et secondaire n'est pas imposée a priori, mais résulte d'un calcul local du coefficient d'échange thermique,
  - le modèle d'écoulement diphasique tient compte du glissement existant entre la phase vapeur et la phase liquide.

Cette étude nous a permis d'établir un modèle à partir d'équations : algébriques, différentielles et aux dérivées partielles non linéaires. Les équations de base sont les équations classiques de l'hydrodynamique : conservation de la masse, de l'énergie et du moment. Les corrélations expérimentales nécessaires ont été déduites de documents publiés, en particulier celles relatives aux

coefficients d'échange thermique, et au coefficient de perte de charge par frottement. Les équations sont intégrées sur calculateur numérique par une méthode aux différences, avec une précision suffisante, compte tenu des inexactitudes des corrélations utilisées.

La première partie du programme consiste en un calcul en régime permanent. Nous avons comparé les résultats ainsi obtenus à ceux fournis par un programme existant de calcul en régime permanent. La concordance est bonne.

La seconde partie du programme permet, à partir des valeurs initiales déterminées précédemment, l'étude du régime transitoire, en fonctionnement norma ou accidentel. Nous avons donné deux exemples d'utilisation du modèle :

- étude de la stabilité de fonctionnement.

Le modèle permet de déterminer la réponse du système à une perturbation de débit vapeur. En l'état actuel des choses, aucune expérience ne permet ni d'infirmer ni de confirmer nos résultats, qui sont cependant qualitativement en harmonie avec les tendances reconnues par la plupart des auteurs : une augmentation de la perte de charge en zone monophasique a une influence stabilisatrice une augmentation de la perte de charge en sortie du canal chauffant diminue la stabilité.

- étude de la régulation du niveau d'eau.

Nous avons constaté, particulièrement à faible charge, les phénomènes de gonflement et de tassement du niveau, dont l'existence est connue de tous les expérimentateurs, en réponse respectivement à une augmentation ou à une diminution de puissance. L'étude complète de la régulation nécessite l'incorporation de notre modèle dans un programme effectuant la simulation des autres parties de la centrale.

Lorsque les centrales de TIHANGE et de FESSENHEIM actuellement en construction seront en fonctionnement, deux voies pourront être suivies parallèlement pour exploiter les résultats expérimentaux qu'elles permettront d'obtenir :

- développement, par identification, d'un modèle pour améliorer, si le besoin s'en fait sentir, la régulation de ces centrales

- vérification et perfectionnement de notre modèle en vue de son utilisation dans les études de futures centrales.

Cette vérification sera d'autant plus précise que seront connus certains paramètres internes non mesurés dans les réalisations actuelles.

ANNEXES

A. Equation générale de conservation de l'énergie.

B. Calcul de la pression secondaire en régime transitoire.

C. Corrélations utilisées.

D. Etude de la stabilité du schéma d'intégration de l'équation de l'énergie (régime permanent).

E. Etude de la stabilité du schéma d'intégration de l'équation de l'énergie (régime transitoire).

F. Dérivateurs numériques.

ANNEXE A

EQUATION GENERALE DE CONSERVATION DE L'ENERGIE

Les équations de conservation de masse et d'énergie relatives à un écoulement diphasique s'écrivent respectivement :

$$\begin{cases} \dfrac{\partial}{\partial t}\left(\alpha\rho_v + (1-\alpha)\rho_\ell\right) + \dfrac{\partial}{\partial z}\left(\alpha\rho_v u_v + (1-\alpha)\rho_\ell u_\ell\right) = 0 \\ \dfrac{\partial}{\partial t}\left(\alpha\rho_v h_v + (1-\alpha)\rho_\ell h_\ell\right) + \dfrac{\partial}{\partial z}\left(\alpha\rho_v u_v h_v + (1-\alpha)\rho_\ell u_\ell h_\ell\right) = Q + \dfrac{dP}{dt} \end{cases} \quad (A.1)$$

Introduisons les quantités suivantes :

$$X = \frac{\alpha\rho_v u_v}{\alpha\rho_v u_v + (1-\alpha)\rho_\ell u_\ell} \qquad \text{(Qualité)}$$

$$H = X h_v + (1-X) h_\ell \qquad \text{(Enthalpie moyenne)}$$

$$\overline{\rho} = \alpha\rho_v + (1-\alpha)\rho_\ell$$

$$\overline{G} = \alpha\rho_v u_v + (1-\alpha)\rho_\ell u_\ell$$

Par combinaison des équations (A.1), nous obtenons :

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\alpha \rho_v h_v + (1-\alpha)\rho_\ell h_\ell\right) - H\frac{\partial \overline{\rho}}{\partial t} + \overline{G}.\frac{\partial H}{\partial z} = Q + \frac{dP}{dt}$$

Cette équation peut s'écrire :

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\left(\alpha \rho_v h_v + (1-\alpha)\rho_\ell h_\ell\right) - \overline{\rho}.H\right) + \overline{\rho}.\frac{\partial H}{\partial t} + \overline{G}\frac{\partial H}{\partial z} = Q + \frac{dP}{dt}$$

Introduisons la quantité Ψ :

$$\Psi = (h_v - h_\ell).(\alpha(1-X)\rho_v - (1-\alpha)X\rho_\ell)$$

L'équation s'écrit alors :

$$\overline{\rho}.\frac{\partial H}{\partial t} + \overline{G}.\frac{\partial H}{\partial z} + \frac{\partial \Psi}{\partial t} = Q + \frac{dP}{dt}$$

L'intérêt de cette formulation est que, dans le cas où l'écoulement est monophasique, on peut utiliser une équation de forme identique. Dans ce cas, H est l'enthalpie du liquide, et la quantité Ψ est nulle.

REMARQUE : On peut montrer que la quantité Ψ est nulle, si le glissement est égal à l'unité (écoulement homogène).

ANNEXE B

CALCUL DE LA PRESSION SECONDAIRE EN REGIME TRANSITOIRE

Pour ce calcul, nous supposerons que le volume spécifique de l'eau en sous-saturation est égal au volume spécifique de l'eau saturée. Ainsi, celui-là ne dépend pas de la température. Il ne dépend que de la pression.

Nous diviserons la boucle de circulation en quatre parties : (Figure B.1.) :

1 - ballon (sommet du canal de descente)

2 - zone sous-saturée du canal de descente et du canal chauffant

3 - zone saturée des canaux ci-dessus

4 - dôme de vapeur.

Les notations sont les suivantes (il s'agit de débits massiques) :

D_v : débit de vapeur en sortie du générateur

D_a : débit d'eau alimentaire

D_{12} : débit de recirculation

D_{14} : débit d'évaporation du ballon

D_{23} : débit à la cote bouillante

D_{31} : débit d'eau en sortie du canal chauffant

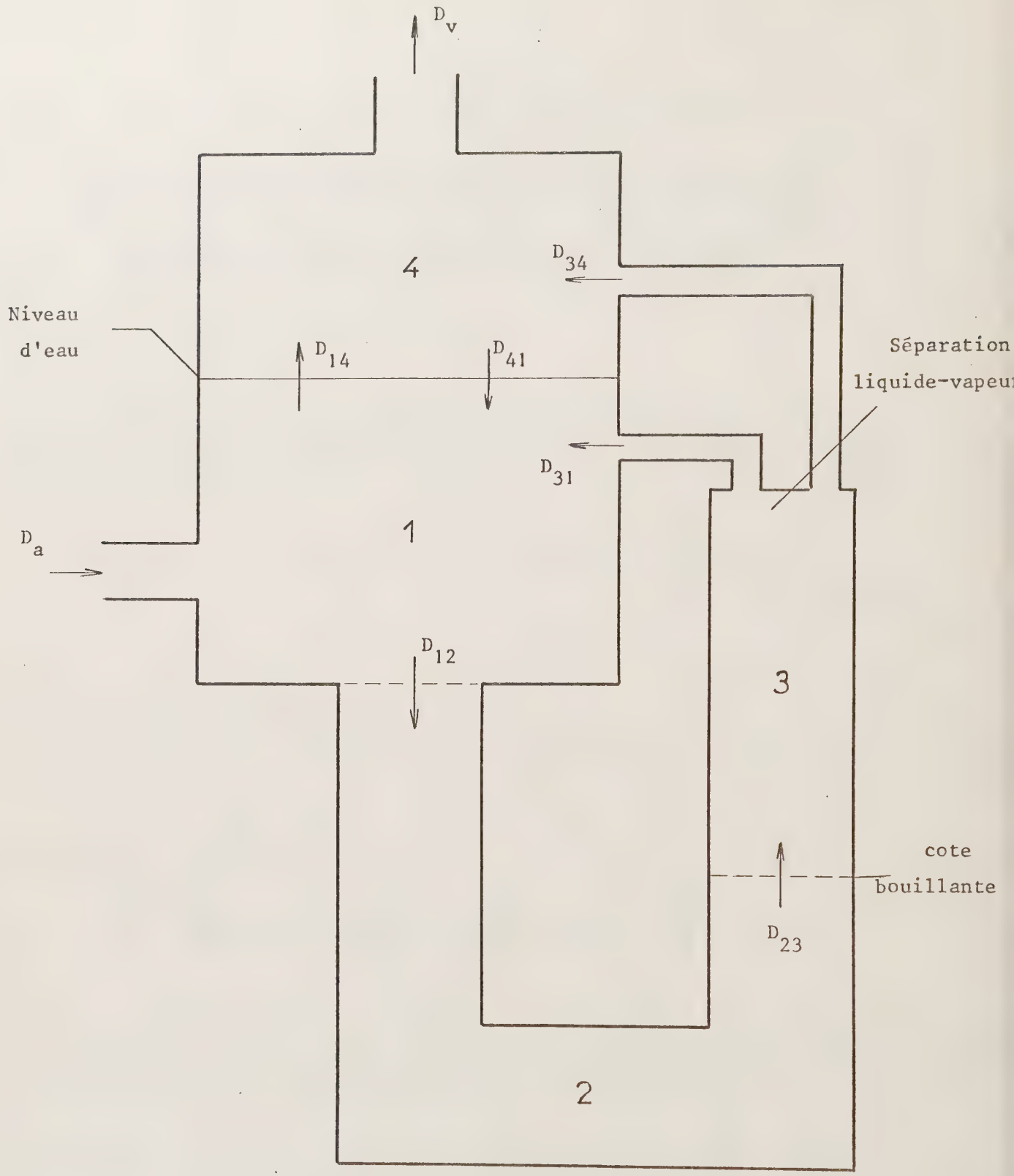


Figure B.1. Schématisation de la boucle secondaire

D_{34} : débit de vapeur en sortie du canal chauffant

D_{41} : débit de condensation du dôme.

Rappelons que P_s désigne la pression secondaire.

La pression secondaire (en fait sa dérivée par rapport au temps) sera calculée en écrivant que le volume du générateur de vapeur est constant. Pour cela, nous allons effectuer un bilan des débits entrant et sortant dans chacune des quatre parties définies ci-dessus.

B.1. CONSERVATION DU VOLUME EN ZONE 2

Nous supposerons que la section de cette tranche est constante. Comme le résultat obtenu ne dépend pas explicitement de la section, le résultat obtenu sera général, et s'appliquera dans le cas d'une section variable.

La conservation de la masse s'exprime par (paragraphe 3.2.1.) :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial G}{\partial z} = 0$$

Comme nous venons de le préciser, nous supposerons que la masse volumique en sous-saturation est égale à la masse volumique de l'eau saturée. Elle ne dépend que de la pression, et l'équation précédente devient :

$$\frac{\partial \rho_\ell}{\partial p} \cdot \frac{dP_s}{dt} + \frac{\partial G}{\partial z} = 0$$

En intégrant cette équation dans l'espace, de l'entrée de la zone 2 à la cote bouillante, nous obtenons :

$$M_2 \cdot \frac{1}{\rho_\ell} \frac{\partial \rho_\ell}{\partial p} \frac{dP_s}{dt} + D_{23} - D_{12} = 0 \qquad \text{(B.1.)}$$

avec : M_2 : masse de l'eau contenue dans 2 .

B.2. CONSERVATION DU VOLUME EN ZONE 3

Les équations de conservation de la masse et de l'énergie ont été discutées dans le chapitre 3 (Paragraphe 3.2.2.) :

$$\left|\begin{array}{l} \dfrac{\partial}{\partial t}\left(\alpha \rho_v + (1-\alpha)\rho_\ell\right) + \dfrac{\partial \overline{G}}{\partial z} = 0 \\ \dfrac{\partial}{\partial t}\left(\alpha \rho_v h_v + (1-\alpha)\rho_\ell h_\ell\right) + \dfrac{\partial}{\partial z}\left(\overline{G}\cdot H\right) = Q + \dfrac{dP_s}{dt} \end{array}\right.$$

(en adoptant la définition de l'enthalpie moyenne H du paragraphe 3.2.2. (équation 3.9.).)

Ces équations sont équivalentes à :

$$\left|\begin{array}{l} (\rho_v - \rho_\ell)\dfrac{\partial \alpha}{\partial t} + \left(\alpha \dfrac{\partial \rho_v}{\partial p} + (1-\alpha)\dfrac{\partial \rho_\ell}{\partial p}\right)\dfrac{dP_s}{dt} + \dfrac{\partial \overline{G}}{\partial z} = 0 \\ (\rho_v h_v - \rho_\ell h_\ell)\dfrac{\partial \alpha}{\partial t} + \left(\alpha \dfrac{\partial}{\partial p}(\rho_v h_v) + (1-\alpha)\dfrac{\partial}{\partial p}(\rho_\ell h_\ell)\right)\dfrac{dP_s}{dt} \\ \qquad + \dfrac{\partial}{\partial z}\left(\overline{G}\cdot H\right) = Q + \dfrac{dP_s}{dt} \end{array}\right.$$

Eliminant $\dfrac{\partial \alpha}{\partial t}$ entre ces deux équations, nous obtenons :

$$B\frac{dP_s}{dt} + (\rho_v h_v - \rho_\ell h_\ell)\frac{\partial \overline{G}}{\partial z} - (\rho_v - \rho_\ell)\frac{\partial}{\partial z}(\overline{G}\cdot H) = -Q(\rho_v - \rho_\ell) \qquad (B.2.)$$

avec :

$$B = (\rho_v h_v - \rho_\ell h_\ell)\left(\alpha \frac{\partial \rho_v}{\partial p} + (1-\alpha)\frac{\partial \rho_\ell}{\partial p}\right) + (\rho_v - \rho_\ell) - (\rho_v - \rho_\ell)\left(\alpha \frac{\partial}{\partial p}(\rho_v h_v) + (1-\alpha)\frac{\partial}{\partial p}(\rho_\ell h_\ell)\right)$$

Simplifions cette dernière expression :

$$B = \alpha \left[(\rho_v h_v - \rho_\ell h_\ell) \frac{\partial \rho_v}{\partial P} - (\rho_v - \rho_\ell) \frac{\partial (\rho_v h_v)}{\partial P} \right]$$

$$+ (1-\alpha) \left[(\rho_v h_v - \rho_\ell h_\ell) \frac{\partial \rho_\ell}{\partial P} - (\rho_v - \rho_\ell) \frac{\partial (\rho_\ell h_\ell)}{\partial P} \right]$$

$$+ (\rho_v - \rho_\ell)$$

$$B = \alpha \left[(\rho_v - \rho_\ell) - (\rho_v - \rho_\ell) \rho_v \frac{\partial h_v}{\partial P} + \rho_\ell (h_v - h_\ell) \frac{\partial \rho_v}{\partial P} \right]$$

$$+ (1-\alpha) \left[(\rho_v - \rho_\ell) - (\rho_v - \rho_\ell) \rho_\ell \frac{\partial h_\ell}{\partial P} + \rho_v (h_v - h_\ell) \frac{\partial \rho_\ell}{\partial P} \right]$$

Posons :

$$\rho_{v\ell} = \rho_\ell - \rho_v$$

$$h_{v\ell} = h_v - h_\ell$$

$$a_2 = \frac{h_{v\ell}}{\rho_{v\ell}} \frac{\rho_v}{\rho_\ell} \frac{\partial \rho_\ell}{\partial P} + \frac{\partial h_\ell}{\partial P} - \frac{1}{\rho_\ell}$$

$$a_3 = \frac{h_{v\ell}}{\rho_{v\ell}} \frac{\rho_\ell}{\rho_v} \frac{\partial \rho_v}{\partial P} + \frac{\partial h_v}{\partial P} - \frac{1}{\rho_v}$$

$$B = \left(\alpha \rho_v a_3 + (1-\alpha) \rho_\ell a_2 \right) \rho_{v\ell}$$

Intégrons l'équation (B.2.) dans l'espace, de la cote bouillante (z_b) au séparateur (z_s). Pour plus de clarté, nous présenterons successivement l'intégration des quatre termes de (B.2.). Comme au paragraphe B.1., nous supposerons, pour l'intégration, que la section A est constante. Le résultat ne dépendant pas de la section, l'expression obtenue sera utilisable dans le cas d'une section variable.

$$\int_{z_b}^{z_s} A \cdot B \cdot \frac{dP_s}{dt}\, dz = \rho_{vl}\left(a_3 M_{v_3} + a_2 M_{l_3}\right)$$

avec :

M_{V3} = masse de vapeur contenue dans 3

M_{l3} = masse d'eau contenue dans 3

$$\int_{z_b}^{z_s} A\left(\rho_v h_v - \rho_l h_l\right)\frac{\partial \bar{E}}{\partial z}\, dz = \left(\rho_v h_v - \rho_l h_l\right)\left(\Pi_{34} + \Pi_{31} - \Pi_{23}\right)$$

$$\int_{z_b}^{z_s} A\left(\rho_v - \rho_l\right)\frac{\partial(\bar{E}\cdot H)}{\partial z}\, dz = \left(\rho_v - \rho_l\right)\left(\Pi_{34} h_v + \Pi_{31} h_l - \Pi_{23} h_l\right)$$

$$\int_{z_b}^{z_s} A\left(\rho_v - \rho_l\right) Q\, dz = -\rho_{vl} P_B$$

avec : P_B : puissance bouillante.

D'où :

$$\left(a_3 M_{V3} + a_2 M_{l3}\right)\frac{dP_s}{dt} + \frac{h_{vl}}{\rho_{vl}}\left(\rho_v \Pi_{31} + \rho_l \Pi_{34} - \rho_v \Pi_{23}\right) = P_B \qquad \text{(B.3.)}$$

B.3. CONSERVATION DU VOLUME EN ZONE 1 ET 4

La somme des volumes des zones 1 et 4 est constante :

$$\frac{M_4}{\rho_v} + \frac{M_1}{\rho_l} = Cte$$

Dérivons cette expression :

$$\frac{1}{\rho_v}\cdot\frac{dM_4}{dt} + \frac{1}{\rho_l}\frac{dM_1}{dt} - \left(\frac{1}{\rho_v^2}\cdot\frac{\partial\rho_v}{\partial p}\cdot M_4 + \frac{1}{\rho_l^2}\cdot\frac{\partial\rho_l}{\partial p}\cdot M_1\right)\frac{dP_s}{dt} = 0$$

Compte tenu des équations (3.11.) et (3.13.) (Paragraphe 3.3.3.), nous obtenons :

$$\rho_l(\Pi_{34} - \Pi_v) + \rho_v(\Pi_{31} + \Pi_a - \Pi_{12}) + \rho_{vl}(\Pi_{14} - \Pi_{41})$$
$$-\left(\frac{\rho_l}{\rho_v}\cdot\frac{\partial\rho_v}{\partial p}\cdot M_4 + \frac{\rho_v}{\rho_l}\frac{\partial\rho_l}{\partial p}\cdot M_1\right)\frac{dP_s}{dt} = 0 \qquad \text{(B.5.)}$$

B.4. CALCUL DE LA PRESSION SECONDAIRE

L'élimination de : D_{12} , D_{23} , D_{31} , D_{34} , entre les équations (B.1.) , (B.3.) , (B.5.) , procure :

$$-\rho_l\Pi_v + \rho_v\Pi_a + P_B\frac{\rho_{vl}}{h_{vl}} + \rho_{vl}(\Pi_{14} - \Pi_{41})$$
$$-\frac{dP_s}{dt}\left[\frac{\rho_{vl}}{h_{vl}}(a_3 M_{v3} + a_2 M_{l3}) + \frac{\rho_l}{\rho_v}\cdot\frac{\partial\rho_v}{\partial p}M_4\right.$$
$$\left.+\frac{\rho_v}{\rho_l}\cdot\frac{\partial\rho_l}{\partial p}(M_1 + M_2)\right] = 0 \qquad \text{(B.6.)}$$

Le débit D_{41} se calcule au moyen de l'équation (3.12.) (Paragraphe 3.3.3.) :

$$D_{41} = \frac{M_4}{h_{vl}} \left(\frac{\partial h_v}{\partial P} - \frac{1}{\rho_v} \right) \frac{dP_s}{dt}$$

Deux cas sont à envisager, suivant que D_{14} est nul ou non.

B.4.1. $D_{14} = 0$

L'équation (B.6.) devient :

$$-\rho_l \Pi_v + \rho_v \Pi_a + P_B \frac{\rho_{vl}}{h_{vl}} =$$

$$\left[\frac{\rho_{vl}}{h_{vl}} \left(a_3 (M_{v3} + M_4) + a_2 M_{l3} \right) + \frac{\rho_v}{\rho_l} \frac{\partial \rho_l}{\partial P} (M_1 + M_2) \right] \frac{dP_s}{dt}$$

B.4.2. $D_{14} \neq 0$

Le débit D_{14} se calcule au moyen de l'équation (3.15.) (Paragraphe 3.3.3.) :

$$-\rho_l \Pi_v + \rho_v \Pi_a + P_B \frac{\rho_{vl}}{h_{vl}} - \frac{\rho_{vl}}{h_{vl}} \Pi_a (h_l - h_a) =$$

$$\left[\frac{\rho_{vl}}{h_{vl}} \left(a_3 (M_{v3} + M_4) + a_2 (M_{l3} + M_1) \right) + \frac{\rho_v}{\rho_l} \frac{\partial \rho_l}{\partial P} M_2 \right] \frac{dP_s}{dt}$$

B.4.3. *Cas général*

En posant :

$$a_1 = \frac{h_{vl}}{\rho_{vl}} \cdot \frac{\rho_v}{\rho_l} \cdot \frac{\partial \rho_l}{\partial p}$$

$$\varepsilon = \begin{cases} 0 & \text{si : } \Pi_{14} = 0 \\ 1 & \text{si : } \Pi_{14} \neq 0 \end{cases}$$

nous obtenons l'expression générale :

$$\frac{dP_s}{dt} = \frac{P_B - \frac{h_{vl}}{\rho_{vl}} \rho_l \rho_v \left(\frac{\Pi_v}{\rho_v} - \frac{\Pi_a}{\rho_a} \right) - \varepsilon \Pi_a (h_l - h_a)}{a_1 (M_1 (1-\varepsilon) + M_2) + a_2 (M_1 \varepsilon + M_{l3}) + a_3 (M_{v3} + M_4)}$$

ANNEXE C

CORRELATIONS UTILISEES

C. 1. COEFFICIENT DE TRANSFERT DE CHALEUR PRIMAIRE

Pour un nombre de Reynolds largement supérieur à 2000, et un nombre de Prandtl supérieur à 0.5, on peut utiliser la corrélation de DITTUS - BOELTER :

$$Nu = .023. (Re)^{.8} . (Pr)^{.4}$$

Le coefficient de transfert de chaleur dépend assez peu de la température. En effet, considérons deux cas typiques (le débit étant le débit nominal) :

Cas n° 1	Cas n° 2
T = 320° C	T = 280° C
p = 155 bars	p = 150 bars
Pr = 1.014	Pr = 0.843
Re = 811000	Re = 713800
Nu = 1230	Nu = 1035
R_{T_p} = 0.0295 x 10^{-3} m^2 x °C/W	R_{T_p} = 0.0308 x 10^{-3} m^2 x °C/W

Compte tenu d'une résistance primaire - secondaire moyenne égale à 0.13 x 10^{-3} m^2 x °C/W, la variation globale de la résistance thermique n'est que ± 0.5 % entre le cas 1 et le cas 2. On peut donc se limiter à calculer le coefficient d'échange correspondant à la température moyenne primaire.

C.2. COEFFICIENT DE TRANSFERT DE CHALEUR SECONDAIRE

Le phénomène moteur principal de la circulation au secondaire est la variation de volume spécifique due à la vaporisation et non celle due au préchauffage en simple phase. Ceci explique que, dans les générateurs de vapeur, les vitesses d'écoulement sont plus grandes que dans le cas d'une boucle à circulation naturelle sans changement de phase. (Nombre de Reynolds $\#\# 10^5$). Selon les résultats de E.R.G. ECKERT et A.J. DIAGULA (cités par R.M. DRAKE et E.R.G. ECKERT (26)), pour un tel nombre de Reynolds, la convection peut être considérée comme une convection forcée et non comme une convection naturelle. C'est pourquoi, en l'absence d'ébullition, nous pouvons employer la corrélation de DITTUS - BOELTER (correspondant à la convection forcée) comme au primaire.

Dans le cas de l'ébullition locale et de l'ébullition en masse, nous emploierons la corrélation de JENS et LOTTES (72) (utilisable de 35 bars à 140 bars) :

$$q = A\,(T_p - T_{sat})^3 \cdot (T_p - T_s) \cdot \exp(B \cdot P_s)$$

avec :

q	:	flux de chaleur
T_p	:	température de la paroi
T_{sat}	:	température de saturation
T_s	=	température secondaire
p_s	=	pression secondaire

(A et B sont deux coefficients dépendant des unités employées).

- *Transition entre le transfert de chaleur en convection forcée et en ébullition locale*

Dans le cas où la température de la paroi est supérieure à la température de saturation, le flux est pris égal au maximum des valeurs fournies par la corrélation de DITTUS - BOELTER et par celle de JENS et LOTTES. (72).

REMARQUES :

1 - La corrélation de JENS et LOTTES indique que le flux de chaleur transmis ne dépend pas de la vitesse d'écoulement du fluide, ce qui correspond bien à l'expérience.

2 - En ce qui concerne l'évaluation du coefficient d'échange de chaleur du côté secondaire, une grande précision n'est pas nécessaire. En effet, l'écart de température entre le fluide et la paroi du côté secondaire est assez faible par rapport à l'écart de température entre le fluide primaire et le fluide secondaire. Les écarts sensibles existants entre diverses corrélations (par exemple celles de JENS et LOTTES et de THOM (71)) ne conduisent donc pas à une différence très importante sur le coefficient de transfert global.

C.3. CORRELATION DE TAUX DE VIDE

En ébullition locale, nous considérerons que le taux de vide est nul, puisque nous supposons l'équilibre thermodynamique entre phases. (En réalité, des bulles de vapeur se forment dans la couche liquide surchauffée au voisinage de la paroi et se condensent dans le reste du liquide sous-saturé). (2).

En ébullition en masse, nous emploierons la corrélation d'ARMAND modifiée par MASSENA (51), qui est fondée sur des bases théoriques et expérimentales :

$$\alpha = \frac{(0.833 + 0.167 \cdot X)\, X}{X + (1-X)\dfrac{\rho_v}{\rho_l}}$$

Les trois quantités X, α, γ sont liées par la relation suivante, lorsque les deux phases sont en équilibre thermodynamique (ce que nous supposons) :

$$\gamma = \frac{X}{1-X} \cdot \frac{1-\alpha}{\alpha} \cdot \frac{\rho_l}{\rho_v}$$

Pour une pression égale à 56 bars, cette corrélation fournit les résultats suivants :

X	0.05	0.1	0.2	0.312	0.5	1
α	0.495	0.642	0.756	0.82	0.885	1
γ	1.46	1.7	2.2	2.72	3.57	5.55

Nous pouvons en tirer deux conclusions :

- la fraction de vide variera assez rapidement au voisinage de la cote bouillante
- le glissement reste modéré (de l'ordre de 1 à 3).

C.4. COEFFICIENT DE PERTE DE CHARGE PAR FROTTEMENT

En simple phase, il est calculé par la corrélation de E.C. KOO (citée par W.H. Mac ADAMS (49)) valable pour un nombre de Reynolds compris entre 3000 et 3×10^6 :

$$f = 0.0056 + \frac{0.5}{(Re)^{0.32}}$$

En écoulement diphasique, nous emploierons la corrélation d'ARMAND (3), (4), valable pour une pression supérieure à 10 bars, et une qualité inférieure à 0.9. Après avoir calculé la perte de charge relative à l'écoulement de la phase liquide comme précédemment, on multiplie la valeur obtenue par :

$$\begin{cases} \dfrac{1}{(1-\alpha)^{1.42}} & \text{si} \quad : \quad 0.39 < (1-\alpha) < 1 \\ \dfrac{0.478}{(1-\alpha)^{2.2}} & \text{si} \quad : \quad 0.1 < (1-\alpha) \leqslant 0.39 \\ \dfrac{1.73}{(1-\alpha)^{1.64}} & \text{si} \quad : \quad 0 < (1-\alpha) \leqslant 0.1 \end{cases}$$

C.5. VARIATIONS SINGULIERES DE PRESSION (66), (72)

Pour les singularités étudiées (diaphragmes, variations brusques de section), nous supposerons toujours que la qualité de vapeur ne change pas.

C.5.1. Diaphragmes

En écoulement monophasique, la variation de pression se calcule par :

$$\Delta p = - k \frac{G^2}{2 \rho_\ell}$$

(G étant évalué en amont du diaphragme et k étant fonction du rapport de la section du tube à la section du diaphragme).

En écoulement diphasique, la variation de pression se calcule au moyen du même coefficient :

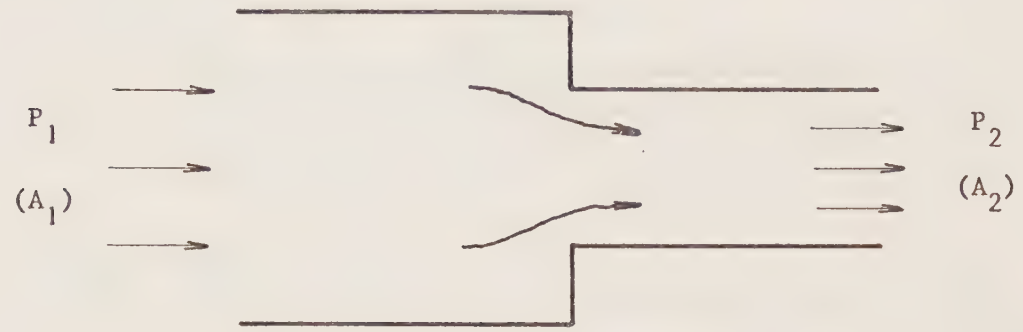
$$\Delta p = - k \frac{\overline{G}^2}{2 \rho}$$

Nous supposons que l'émulsion est homogénéisée par son passage à travers le diaphragme et, par conséquent, le volume spécifique moyen utilisé dans ce calcul est fondé sur la qualité :

$$\frac{1}{\rho} = x \frac{1}{\rho_v} + (1-x) \frac{1}{\rho_\ell}$$

C.5.2. *Contractions*

Dans les deux paragraphes qui suivent, l'indice 1 désignera les valeurs en amont, et 2 les valeurs en aval.



Moyennant certaines hypothèses simplificatrices (R. SEMERIA (66)), on peut montrer, à partir des équations de conservation de la masse, de l'énergie et du moment, que la variation de pression se calcule par :

$$P_2 - P_1 = -\frac{G_2^2}{2}\left(1 - \frac{A_2^2}{A_1^2} + k\right).\frac{1}{\rho_\ell}$$

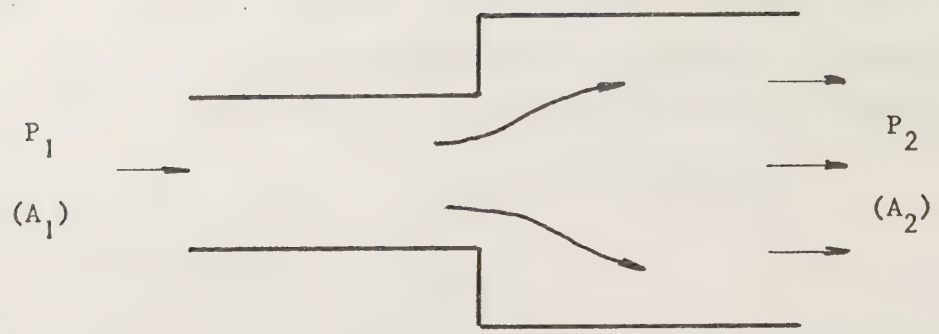
Le coefficient k est fonction du coefficient de contraction C_c donné par le tableau suivant (GEIGER (72)) :

$$k = \left(\frac{1}{C_c} - 1\right)^2$$

$\frac{A_2}{A_1}$	0.	0.2	0.4	0.6	0.8	1
C_c	0.617	0.632	0.658	0.712	0.813	1

En écoulement diphasique, la variation de pression se calcule d'une manière identique, le volume spécifique étant fondé sur la qualité comme au paragraphe précédent C.5.1. .

C.5.3. *Expansions*



En écoulement monophasique, on peut montrer (72) que :

$$P_2 - P_1 = \frac{A_1}{A_2}\left(1 - \frac{A_1}{A_2}\right)\frac{G_1^2}{\rho_\ell}$$

En écoulement diphasique, ROMIE (72) a établi une relation liant la variation de pression à la variation de section, et aux variations de qualité et de fraction de vide. Comme nous l'avons indiqué, nous négligerons toute variation de qualité, ce qui, pour être cohérent avec le modèle de taux de vide d'ARMAND (paragraphe C.3.), nous impose de négliger aussi toute variation de fraction de vide. L'expression de ROMIE prend alors la forme suivante :

$$P_2 - P_1 = \frac{A_1}{A_2}\left(1 - \frac{A_1}{A_2}\right)\frac{G_1^2}{\rho_\ell}\left(\frac{x^2}{\alpha}\cdot\frac{\rho_\ell}{\rho_v} + \frac{(1-x)^2}{(1-\alpha)}\right)$$

ANNEXE D

ETUDE DE LA STABILITE DU SCHEMA D'INTEGRATION DE L'EQUATION DE L'ENERGIE (REGIME PERMANENT)

L'équation de l'énergie en régime permanent s'écrit :
(équations : 3.4, 3.5, 3.8)

$$\begin{cases} \Pi_P \dfrac{\partial h_{P_1}}{\partial z} = - Q\ell_{P_1}(h_{P_1}, h_S) \\ \Pi_P \dfrac{\partial h_{P_2}}{\partial z} = Q\ell_{P_2}(h_{P_2}, h_S) \\ \Pi_S \dfrac{\partial h_S}{\partial z} = Q\ell_{P_1}(h_{P_1}, h_S) + Q\ell_{P_2}(h_{P_2}, h_S) \end{cases} \qquad (D.1)$$

Nous intégrerons ce système en utilisant uniquement la méthode d'EULER. Ce schéma de calcul étant instable, nous étudierons ensuite un correcteur stable.

D.1. INTEGRATION PAR LA METHODE D'EULER

D.1.1. Stabilité de la méthode

Etant donnée l'équation différentielle :

$$\frac{dy}{dz} = f(y, z) \qquad (D.2)$$

La méthode d'EULER calcule une estimation de la solution, pour un nombre limité de points, en utilisant la récurrence suivante :

$$y_{n+1} = y_n + \Delta z_n \cdot f(y_n) \qquad \text{(D.3)}$$

avec :
$$\begin{cases} y_{n+1} = y(z_{n+1}) \\ y_n = y(z_n) \\ \Delta z_n = z_{n+1} - z_n \end{cases}$$

Dans la suite, nous considérerons que Δz_n ne dépend pas de n.

$$\Delta z_n = \Delta z$$

Soit : x : solution exacte de (D.2)

X : solution approchée de (D.2) (obtenue en utilisant (D.3)).

On peut écrire :

$$x_{n+1} = x_n + \Delta z \cdot f(x_n) + e_n$$
$$X_{n+1} = X_n + \Delta z \cdot f(X_n)$$

(e_n étant l'erreur commise sur le calcul de x_{n+1}).

Examinons la propagation de l'erreur de calcul d'un pas de calcul au suivant.

Posons : $\varepsilon_n = x_n - X_n$

$$\varepsilon_{n+1} = \varepsilon_n + \Delta z \cdot (f(x_n) - f(X_n)) + e_n$$

$$= \left(1 + \Delta z \cdot \left[\frac{\partial f}{\partial y}\right]_{y=\xi_n}\right) \cdot \varepsilon_n + e_n$$

(ξ_n étant compris entre x_n et X_n).

Dans le cas des équations linéaires, la dérivée $\frac{\partial f}{\partial y}$ est constante. La condition nécessaire est suffisante pour que l'erreur ε_n ne se propage pas en s'amplifiant au cours du calcul est alors :

$$\left| 1 + \Delta z \cdot \frac{\partial f}{\partial y} \right| < 1$$

D.1.2. *Application au système* (D.1.)

Nous nous intéresserons ici à de petites variations de la solution. Il est donc légitime de linéariser les équations du système (D.1.). Deux cas sont à considérer suivant que le secondaire est ou n'est pas saturé.

a) *Cas où le secondaire n'est pas saturé*

$$\begin{cases} Q_{lp_1} = a\,(h_{p_1} - h_s) & a > 0 \\ Q_{lp_2} = b\,(h_{p_2} - h_s) & b > 0 \end{cases} \qquad \text{(D.4.)}$$

(Les chaleurs spécifiques sont supposées égales).

Lorsque y est un vecteur, on montre que le critère de stabilité précédent peut être étendu. Les valeurs propres de la matrice S doivent être inférieures à 1 en module, avec :

$$S = I + \Delta z \cdot \left(\frac{\partial f}{\partial y} \right)$$

(I étant la matrice unité)

La matrice S, correspondant au système des équations (D.1.) et (D.4. s'écrit :

$$S = \begin{pmatrix} 1 - a\frac{\Delta z}{\Pi_p} & a\frac{\Delta z}{\Pi_p} & 0 \\ a\frac{\Delta z}{\Pi_s} & 1-(a+b)\frac{\Delta z}{\Pi_s} & b\frac{\Delta z}{\Pi_s} \\ 0 & -b\frac{\Delta z}{\Pi_p} & 1+b\frac{\Delta z}{\Pi_p} \end{pmatrix}$$

Remarquant que 1 est valeur propre de S, nous effectuerons, dans le polynôme caractéristique $P(\lambda)$ de S, le changement de variable :

$$\mu = 1 - \lambda$$

Ce polynôme s'écrit alors :

$$P(\mu) = \left(\mu - a\,\frac{\Delta z}{\Pi_p}\right)\cdot\left[\left(\mu - (a+b)\,\frac{\Delta z}{\Pi_s}\right)\left(\mu + b\,\frac{\Delta z}{\Pi_p}\right) + b^2\,\frac{\Delta z^2}{\Pi_p\cdot\Pi_s}\right] - \frac{a^2\,\Delta z^2}{\Pi_p\cdot\Pi_s}\left(\mu + b\,\frac{\Delta z}{\Pi_p}\right)$$

$$= \mu\left(\mu^2 + \mu\,\Delta z\left(\frac{b-a}{\Pi_p} - \frac{a+b}{\Pi_s}\right) - ab\,\frac{\Delta z^2}{\Pi_p^2}\right)$$

Effectuons le changement de variable inverse : $\lambda = 1 - \mu$

Les deux valeurs propres de S , autres que 1 , sont solutions de :

$$\lambda^2 + \lambda\left(\Delta z\left(\frac{a+b}{\Pi_s} + \frac{a-b}{\Pi_p}\right) - 2\right) + \left(1 - \Delta z\left(\frac{a+b}{\Pi_s} + \frac{a-b}{\Pi_p}\right) - ab\,\frac{\Delta z^2}{\Pi_p^2}\right) = 0 \quad . \qquad (D.5.)$$

Appliquons le critère de E.I. JURY (47). Une condition nécessaire et suffisante pour que les racines de l'équation :

$$\lambda^2 + a_1\lambda + a_0 = 0$$

soient inférieures à 1 en module est :

$$\begin{cases} 1 + a_1 + a_0 > 0 \\ 1 - a_1 + a_0 > 0 \\ |a_0| < 1 \end{cases}$$

La première condition n'étant pas vérifiée par les coefficients de l'équation (D.5.), le schéma envisagé est instable.

b) *Cas où le secondaire est saturé*

La puissance transmise ne dépend pas de l'enthalpie secondaire. Elle ne dépend que de l'enthalpie primaire et de la température de saturation secondaire.

$$\begin{cases} Q_{l_{P_1}} = a\, h_{P_1} \\ Q_{l_{P_2}} = b\, h_{P_2} \end{cases} \qquad \text{(D.6.)}$$

La matrice S , correspondant au système (D.1.) et (D.6.), s'écrit :

$$S = \begin{pmatrix} 1 - a\dfrac{\Delta\eta}{\Pi_P} & 0 & 0 \\ a\dfrac{\Delta\eta}{\Pi_S} & 1 & b\dfrac{\Delta\eta}{\Pi_S} \\ 0 & 0 & 1 + b\dfrac{\Delta\eta}{\Pi_P} \end{pmatrix}$$

Les valeurs propres sont :

$$\left(1 - a\frac{\Delta z}{\Pi_p}\right),\ 1,\ \left(1 + b\frac{\Delta z}{\Pi_p}\right)$$

La troisième valeur propre étant supérieure à 1, le schéma est instable, également dans ce cas.

D.2. ETUDE D'UN CORRECTEUR

D.2.1. Stabilité du correcteur

Nous utiliserons les notations de D.1.1. . Supposons y_n connu. Déterminons, par la méthode d'EULER, une valeur approchée y^{o}_{n+1} de y_{n+1} .

$$y^{o}_{n+1} = y_n + \Delta z \cdot f(y_n)$$

Nous pouvons en déduire une approximation y^{1}_{n+1} de y_{n+1} par la formule suivante. (Méthode d'EULER améliorée, ou méthode de HEUN suivant les auteurs) :

$$y^{1}_{n+1} = y_n + \frac{\Delta z}{2}\left(f(y_n) + f(y^{o}_{n+1})\right) \qquad \text{(D.7.)}$$

Dans le cas d'une équation linéaire, on peut montrer que l'erreur due à cette méthode est d'ordre $O(\Delta z^3)$ alors que l'erreur due à la méthode d'EULER est d'ordre $O(\Delta z^2)$.

On peut se proposer d'utiliser la récurrence (D.7.) pour obtenir des estimations $(y_{n+1}^{1}, y_{n+1}^{2}, \dots)$ de y_{n+1} .

$$y_{n+1}^{m+1} = y_n + \frac{\Delta z}{2}\left(f(y_n) + f(y_{n+1}^{m})\right)$$

Etudions la stabilité de cette récurrence.

$$\varepsilon_m = y_{n+1}^{m} - y_{n+1}^{m-1}$$

$$\varepsilon_{m+1} = \frac{\Delta z}{2}\left[\frac{\partial f}{\partial y}\right]_{y=\xi_{n,m}} \cdot \varepsilon_m$$

($\xi_{n,m}$ étant compris entre y_{n+1}^{m} et y_{n+1}^{m-1}).

Dans le cas d'un système linéaire ($\frac{\partial f}{\partial y}$ constant), la condition nécessaire et suffisante de stabilité est :

$$\frac{\Delta z}{2}\left|\frac{\partial f}{\partial y}\right| < 1$$

D.2.2. *Application au système (D.1.)*

Lorsque y est un vecteur, on montre que le critère précédent s'applique sous une forme étendue. Les valeurs propres de la matrice S doivent être inférieures à l'unité, en module, avec :

$$S = \frac{\Delta z}{2}\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)$$

a) *Cas où le secondaire n'est pas saturé*

$$\begin{cases} Q_{l_{P_1}} = a\,(h_{P_1} - h_s) \\ Q_{l_{P_2}} = b\,(h_{P_2} - h_s) \end{cases}$$

S s'écrit :

$$S = \frac{\Delta t}{2} \begin{pmatrix} -\frac{a}{\Pi_P} & \frac{a}{\Pi_P} & 0 \\ \frac{a}{\Pi_S} & -\frac{(a+b)}{\Pi_S} & \frac{b}{\Pi_S} \\ 0 & -\frac{b}{\Pi_P} & \frac{b}{\Pi_P} \end{pmatrix} \qquad \text{(D.8.)}$$

Les valeurs propres de S étant difficiles à calculer, nous nous contenterons d'une condition suffisante de stabilité.

Soit la récurrence :

$$\varepsilon_{m+1} = S\,\varepsilon_m$$

Adoptons pour le vecteur ε, de composantes $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ la norme :

$$\| \varepsilon \| = \operatorname*{Max}_i | x_i |$$

Nous dirons que S est stable si :

$$\| \varepsilon_{m+1} \| \leq \| \varepsilon_m \|$$

Une condition suffisante de stabilité est alors (36) :

$$\underset{i}{\text{Max}} \left(\sum_j | s_{ij} | \right) \leq 1$$

(s_{ij} étant les coefficients de S).

Appliquons ce critère à la matrice (D.8.). Nous obtenons les conditions suivantes :

$$\begin{cases} \Delta\gamma \cdot \dfrac{a}{\Pi_p} \leq 1 \\ \Delta\gamma \cdot \dfrac{(a+b)}{\Pi_s} \leq 1 \\ \Delta\gamma \cdot \dfrac{b}{\Pi_p} \leq 1 \end{cases}$$

b) *Cas où le secondaire est saturé* :

Nous utiliserons la condition nécessaire et suffisante développée en D.2.1. .

$$S = \frac{\Delta z}{2} \begin{pmatrix} -\frac{a}{\Pi_p} & 0 & 0 \\ \frac{a}{\Pi_s} & 0 & \frac{b}{\Pi_s} \\ 0 & 0 & \frac{b}{\Pi_p} \end{pmatrix}$$

Les valeurs propres de S sont :

$$0 \quad , \quad -a \frac{\Delta z}{2 \Pi_p} \quad , \quad b \frac{\Delta z}{2 \Pi_p}$$

Le correcteur est stable si :

$$\Delta z < \frac{2 \Pi_p}{a} \qquad \Delta z < \frac{2 \Pi_p}{b}$$

D.3. CONCLUSION

Nous avons montré que l'on pouvait utiliser le schéma de calcul proposé, à savoir : prédiction par la méthode d'EULER, puis correction, itérée si nécessaire, par la méthode de HEUN.

ANNEXE E

ETUDE DE LA STABILITE DU SCHEMA D'INTEGRATION DE L'EQUATION DE L'ENERGIE (REGIME TRANSITOIRE)

E.1. JUSTIFICATION DE LA FORME DISCRETISEE DES EQUATIONS

Etudions, pour commencer, la discrétisation d'une équation élémentaire, de même type que celui des équations à résoudre. (Equations hyperboliques). Considérons l'écoulement adiabatique d'un fluide quelconque dans une conduite. Nous supposerons que le débit D ne dépend ni du temps, ni de la position dans l'espace de la tranche considérée.

L'équation de l'énergie s'écrit :

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{D}{A\rho} \cdot \frac{\partial h}{\partial z} = 0 \qquad \text{(E.1.)}$$

La solution sera calculée en des points discrets $(z + i \Delta z)$ et à des instants discrets $(t + k \Delta t)$.

$$h_i^k = h(z + i\Delta z, t + k\Delta t)$$

En adoptant les approximations suivantes :

$$\frac{\partial h}{\partial t} \sim \frac{h_i^{k+1} - h_i^k}{\Delta t} \qquad \frac{\partial h}{\partial z} \sim \frac{h_i^k - h_{i-1}^k}{\Delta z}$$

l'approximation discrétisée de (E.1.) s'écrit :

$$h_i^{k+1} = (1-\sigma)\, h_i^k + \sigma\, h_{i-1}^k \qquad \text{(E.2.)}$$

(Schéma : I

avec : $\sigma = \frac{D}{A\rho} \cdot \frac{\Delta t}{\Delta z}$ (souvent appelé : nombre de COURANT)

Considérons une solution de la forme :

$$h(z,t) = \varphi(t) \cdot e^{j\beta z}$$

Compte tenu de (E.2.), nous obtenons :

$$\varphi(t+\Delta t) = \varphi(t) \cdot \left((1-\sigma) + \sigma \cdot e^{-j\beta \Delta z} \right)$$

VON NEUMANN (13), (63), a montré que la condition nécessaire et suffisante de stabilité est :

$$\left| (1-\sigma) + \sigma \cdot e^{-j\beta \Delta z} \right| < 1 \qquad \forall \beta$$

(Ceci revient à dire qu'à toute condition initiale bornée, correspond une solution bornée à tout instant).

Cette condition équivaut à :

$$\boxed{0 < \sigma < 1}$$

Lorsque D est négatif, le schéma précédent est donc instable. Dans ce cas, on peut montrer que, moyennant la condition :

$$\boxed{-1 < \sigma < 0}$$

on peut utiliser les approximations suivantes :

$$\frac{\partial h}{\partial t} \sim \frac{h_i^{k+1} - h_i^k}{\Delta t}$$

$$\frac{\partial h}{\partial z} \sim \frac{h_{i+1}^k - h_i^k}{\Delta z}$$

L'approximation discrétisée de (E.1.) s'écrit :

$$\boxed{h_i^{k+1} = (1+\sigma)\, h_i^k - \sigma\, h_{i+1}^k} \qquad \text{(E.3.)}$$

(Schéma : II)

E.2. ETUDE DE LA STABILITE DANS LE CAS OÙ LE SECONDAIRE N'EST PAS SATURE

L'équation de l'énergie s'écrit (nous pouvons négliger l'énergie due aux forces de pression, et les variations de masse volumique) :

$$\text{(E.4.)} \begin{cases} \dfrac{\partial h_{P1}}{\partial t} + \dfrac{D_P}{\rho_P A_P} \cdot \dfrac{\partial h_{P1}}{\partial z} = - \dfrac{Q\ell_{P1}(h_{P1}, h_S)}{A_P \rho_P} \\ \dfrac{\partial h_S}{\partial t} + \dfrac{D_S}{\rho_S A_S} \cdot \dfrac{\partial h_S}{\partial z} = \dfrac{Q\ell_{P1}(h_{P1}, h_S) + Q\ell_{P2}(h_{P2}, h_S)}{A_S \rho_S} \\ \dfrac{\partial h_{P2}}{\partial t} - \dfrac{D_P}{\rho_P A_P} \cdot \dfrac{\partial h_{P2}}{\partial z} = - \dfrac{Q\ell_{P2}(h_{P2}, h_S)}{A_P \rho_P} \end{cases}$$

Comme dans l'annexe D , nous linéariserons les équations pour l'étude de la stabilité.

$$\begin{cases} Ql_{P_1} = a\,(h_{P_1} - h_S) \\ Ql_{P_2} = b\,(h_{P_2} - h_S) \end{cases}$$

Compte tenu des résultats du paragraphe E.1. , les deux premières équations seront discrétisées selon le schéma I (équation E.2.). La troisième sera discrétisée selon le schéma II (équation E.3.).

Les flux de chaleur seront moyennés dans l'espace entre deux noeuds adjacents, de manière à obtenir un schéma cohérent avec le schéma utilisé en régime permanent (exposé dans l'annexe D).

Posons :

$$\sigma_1 = \frac{D_P}{\rho_P A_P} \cdot \frac{\Delta t}{\Delta z} \qquad a_1 = \frac{a}{\rho_P A_P}\Delta t \qquad b_1 = \frac{b}{\rho_P A_P}\Delta t$$

$$\sigma_S = \frac{D_S}{\rho_S A_S} \cdot \frac{\Delta t}{\Delta z} \qquad c = \frac{a}{\rho_S A_S}\Delta t \qquad d = \frac{b}{\rho_S A_S}\Delta t$$

La discrétisation de (E.4.) nous conduit à :

$$\begin{pmatrix} h_{P_1\,i}^{k+1} \\ h_{S\,i}^{k+1} \\ h_{P_2\,i}^{k+1} \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} h_{P_1\,i-1}^{k} \\ h_{S\,i-1}^{k} \\ h_{P_2\,i-1}^{k} \end{pmatrix} + B \begin{pmatrix} h_{P_1\,i}^{k} \\ h_{S\,i}^{k} \\ h_{P_2\,i}^{k} \end{pmatrix} + C \begin{pmatrix} h_{P_1\,i+1}^{k} \\ h_{S\,i+1}^{k} \\ h_{P_2\,i+1}^{k} \end{pmatrix}$$

avec :

$$A = \begin{pmatrix} \sigma_1 - \frac{a_1}{2} & \frac{a_1}{2} & 0 \\ \frac{c}{2} & \sigma_s - \frac{(c+d)}{2} & \frac{d}{2} \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 1-\sigma_1 - \frac{a_1}{2} & \frac{a_1}{2} & 0 \\ \frac{c}{2} & 1-\sigma_s - \frac{(c+d)}{2} & \frac{d}{2} \\ 0 & \frac{b_1}{2} & 1-\sigma_1 - \frac{b_1}{2} \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{b_1}{2} & \sigma_1 - \frac{b_1}{2} \end{pmatrix}$$

La théorie de VON NEUMANN conduit à étudier la stabilité de la récurrence associée à la matrice :

$$\left(A e^{-j\beta\Delta z} + B + C e^{j\beta\Delta z} \right)$$

La condition nécessaire et suffisante de stabilité est que les valeurs propres de cette matrice soient inférieures à l'unité, en module. Cette condition étant difficile à vérifier pratiquement, nous n'étudierons qu'une condition suffisante de stabilité fondée sur le critère exposé en D.2.2.. Cette condition s'écrit :

$$\begin{cases} \left| \left(1-\sigma_1-\frac{a_1}{2}\right)+\left(\sigma_1-\frac{a_1}{2}\right)e^{-j\beta\Delta z} \right| + \frac{a_1}{2}\left| 1+e^{-j\beta\Delta z} \right| < 1 \\ \left| \left(1-\sigma_s-\frac{(c+d)}{2}\right)+\left(\sigma_s-\frac{(c+d)}{2}\right)e^{-j\beta\Delta z} \right| + \frac{(c+d)}{2}\left| 1+e^{-j\beta\Delta z} \right| < 1 \\ \left| \left(1-\sigma_1-\frac{b_1}{2}\right)+\left(\sigma_1-\frac{b_1}{2}\right)e^{j\beta\Delta z} \right| + \frac{b_1}{2}\left| 1+e^{-j\beta\Delta z} \right| < 1 \end{cases}$$

Ces inégalités sont satisfaites si :

$$\begin{cases} \sigma_1 > \frac{a_1}{2} & \sigma_1 < 1-\frac{a_1}{2} \\ \sigma_1 > \frac{b_1}{2} & \sigma_1 < 1-\frac{b_1}{2} \\ \sigma_s > \frac{c+d}{2} & \sigma_s < 1-\frac{(c+d)}{2} \end{cases}$$

Les inégalités de gauche sont vérifiées, si les conditions régissant la stabilité du régime permanent (Annexe D, paragraphe 2.2.a.) sont satisfait

E.3. ETUDE DE LA STABILITE DANS LE CAS OÙ LE SECONDAIRE EST SATURE

Dans ce cas, l'équation de l'énergie au secondaire s'écrit : (3.8.)

$$\overline{\rho_s}\,\frac{\partial h_s}{\partial t} + \overline{G_s}\,\frac{\partial h_s}{\partial z} + \frac{\partial \Psi}{\partial t} = Q_s + \frac{dP}{dt}$$

Numériquement, on peut montrer que Ψ est pratiquement proportionnel à h_s .

$$\Psi \# k \cdot h_s \qquad (k<0)$$

Négligeant l'énergie de compressibilité, l'équation peut s'écrire :

$$(\overline{\rho_s} + k)\,\frac{\partial h_s}{\partial t} + \overline{G_s}\,\frac{\partial h_s}{\partial z} = Q_s$$

$\overline{G_s}$ étant positif, cette équation sera discrétisée suivant le schéma I - (voir paragraphe E.1.).

L'écoulement étant compressible ($\overline{\rho_s}$ est fonction de z et de t), il est nécessaire de considérer le système global constitué des équations :

- conservation de l'énergie
- conservation de la masse
- conservation du volume (calcul de la pression)
- équation d'état : $\overline{\rho} = f(X,P)$
- conservation du moment

A notre connaissance, il n'existe pas actuellement de méthode permettant l'étude de la stabilité d'un tel système d'équations - (équations algébriques non linéaires, équations différentielles et aux dérivées partielles non linéaires). En pratique, on impose qu'un critère, analogue à celui développ en E.1., soit vérifié en tous points. Nous supposerons donc que :

$$\sigma_1 < 1 - \frac{a_1}{2}$$

$$\sigma_1 < 1 - \frac{b_1}{2}$$

$$\sigma_s < \frac{\overline{G_s}}{(\overline{\rho_s} + k)}$$

La seule utilité de ce critère est de fournir une estimation du pas de calcul à utiliser. En ce qui nous concerne, le respect de ce critère a conduit à une résolution stable. On peut remarquer que les oscillations d'origine purement numérique ne peuvent être confondues avec les oscillations propres au système physique simulé. En effet, l'expérience montre qu'une instabilité numériqu fait, le plus souvent, perdre rapidement tout sens physique à la solution obtenu

E.4. CONCLUSION

Il n'est pas possible d'étudier comme en régime permanent, la stabilité du calcul en régime transitoire. Il est à noter que même en régime permanent, l'étude théorique s'est limitée au cas où les tranches sont de longueurs égales. Or, pour une meilleure correspondance entre le modèle et la réalité, on est amené à utiliser des tranches de longueurs différentes. (Pour une bonne précisi de calcul, il y a intérêt à ce que les longueurs ne soient pas trop différentes les unes des autres).

Cette étude ne peut donc fournir qu'un ordre de grandeur du pas de calcul à utiliser. Les nombreuses simulations effectuées à ce jour ont montré que la résolution numérique est stable, si le critère ci-dessus est vérifié. On peut remarquer que, dans le cas où $\overline{\sigma}$ est égal à l'unité, le pas de calcul Δt est égal au temps de parcours moyen d'une tranche par une particule de fluide.

ANNEXE F

DERIVATEURS NUMERIQUES

La dérivation favorise les fréquences élevées du spectre de la fonction que l'on désire dériver. Cette dernière peut être considérée comme la somme de la valeur exacte de la fonction et d'un bruit à haute fréquence dû au calcul numérique. Si les pas de calcul Δt et Δz sont convenablement choisis (Paragraphe 5.1.4.), le spectre de la fonction et le spectre du bruit sont pratiquement disjoints. La dérivation ne doit donc s'appliquer qu'aux pulsations inférieures à une valeur ω_o, telle que l'influence du bruit soit éliminée : on utilise des filtres dérivateurs passe-bas.

Une méthode permettant d'obtenir de tels filtres consiste à déterminer une approximation polynôminale de la fonction par la méthode des moindres carrés, (la somme des carrés des erreurs (différence entre la fonction et son approximation) est minimisée sur n échantillons pris à des instants successifs : t, $t - \Delta t$,....., $t - (n - 1)\,\Delta t$). La dérivée est ensuite estimée par dérivation du polynôme obtenu.

Nous donnons, ci-dessous, les récurrences que nous avons utilisées, correspondant à un polynôme du premier degré et à un nombre n d'échantillons.

$$\frac{\partial y}{\partial t}(t) \simeq \frac{\sum_{i=1}^{n} (n+1-2i)\, y_i}{n(n+1)(n-1)\,\frac{\Delta t}{6}}$$

avec : $y_i = y\,(t - (i - 1)\,\Delta t)$

Les courbes des figures F.1. et F.2. ($\Delta t = 0.1$ s) permettent de choisir un filtre en fonction de la bande-passante désirée.

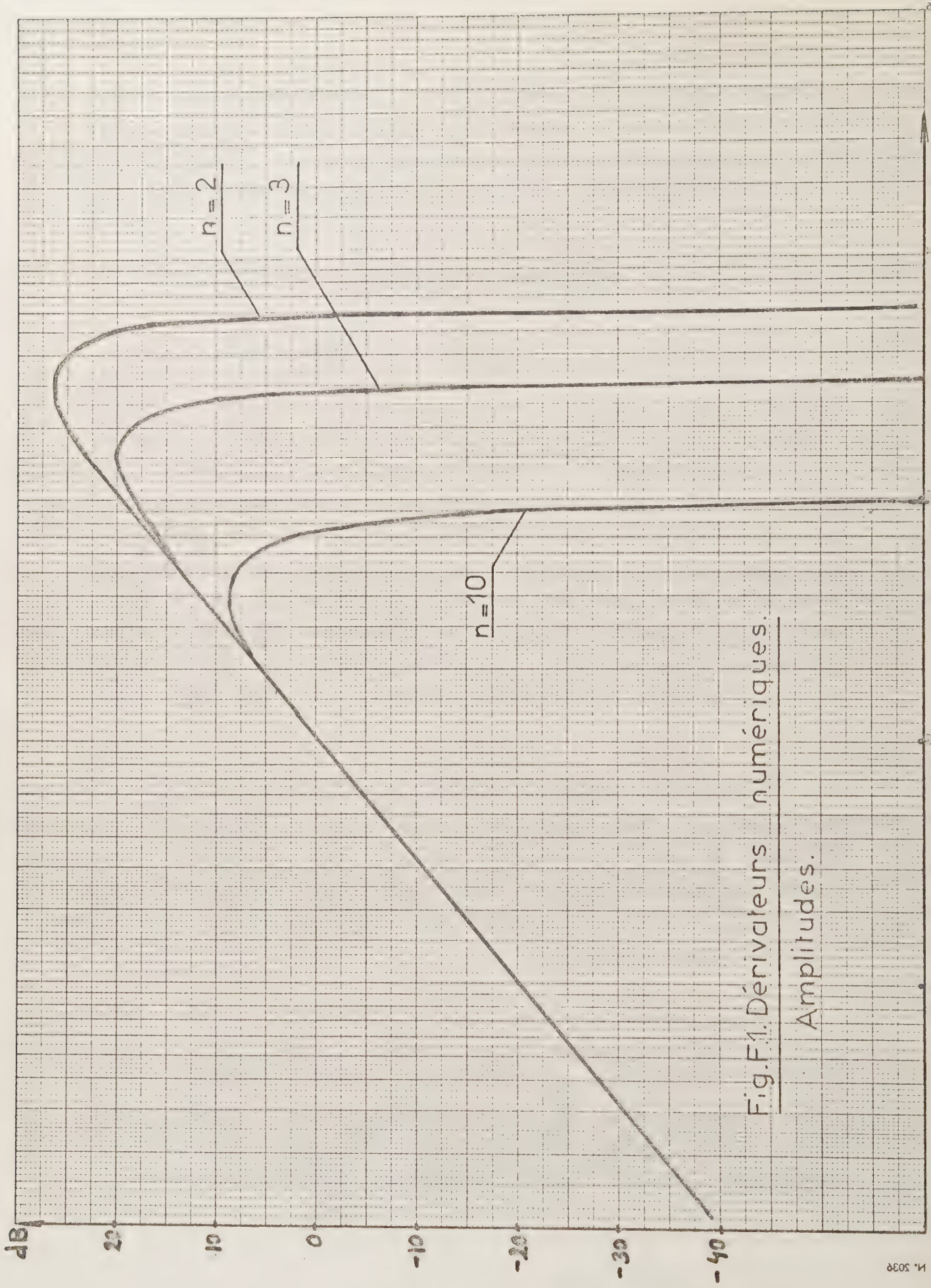


Fig.F1. Dérivateurs numériques.
Amplitudes.

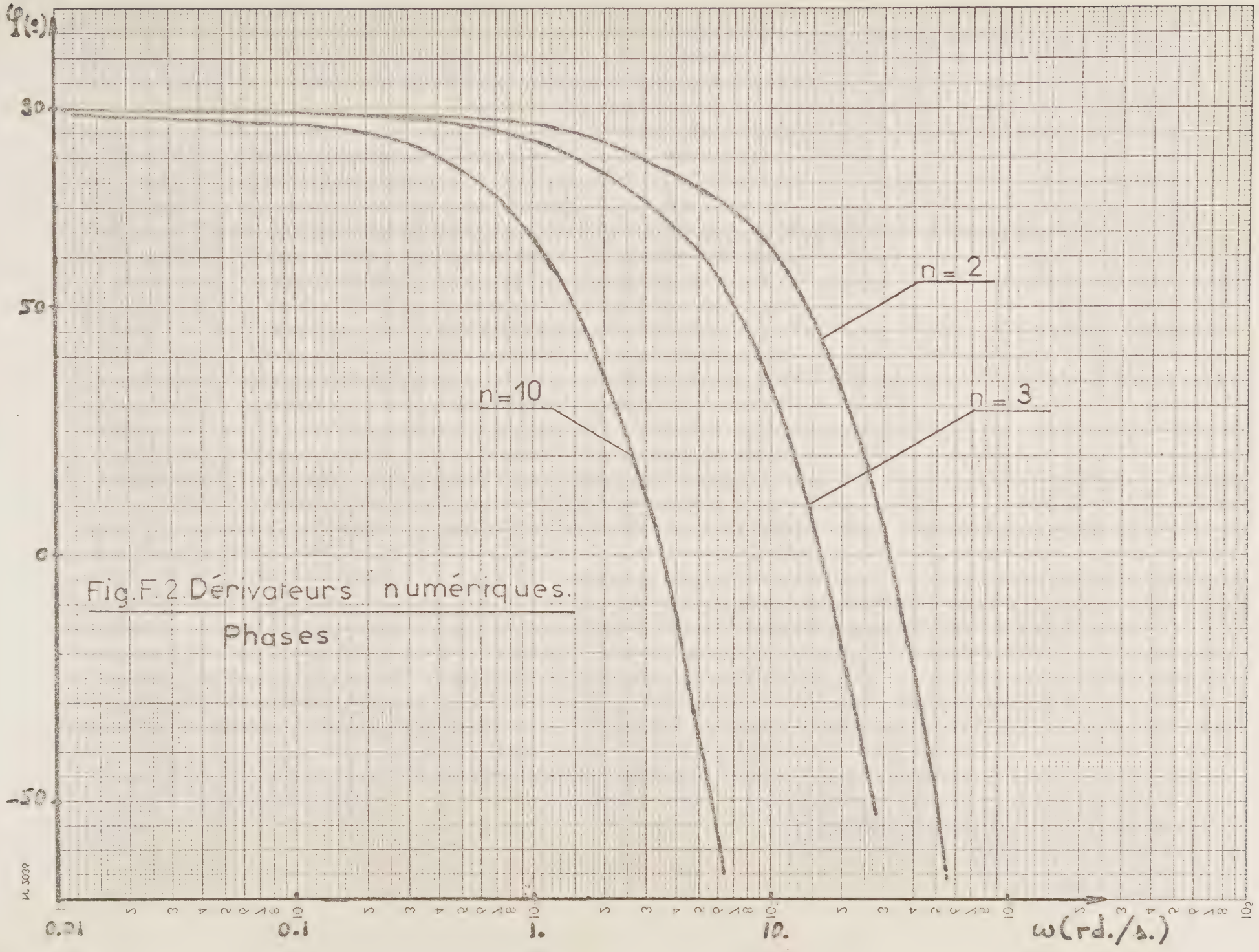


Fig. F. 2. Dérivateurs numériques.

Phases

B I B L I O G R A P H I E

1 - *J.H. ANDERSON, H.W. KWAN*

A mathematical model of a 200 MW boiler.
Int. Journal of Control - 1970 - vol. 12 n° 6 - p. 977-998.

2 - *AXELSSON, ROUHANI*

Correlation of void volume fraction in the subcooled and quality boiling regions.
Int. Journal of Heat and Mass Transfer.
1970 - vol. 13 n° 2 - p. 383-393.

3 - *A.A. ARMAND, G.G. TRESHCHEV*

Investigation of the resistance during the movement of steam-water mixtures in a heated boiler pipe at high pressures.
Izv. Vse. Tepl. Inst. n° 4 (1947)
Traduit par : A E R E - 1959

4 - *A.A. ARMAND*

The resistance during the movement of a two-phase system in horizontal pipes
A E R E - 1959

5 - *K.J. ASTROM, K. EKLUND*

A simplified non linear model of a drum boiler - turbine unit.
Int. Journal of Control. 1972 - vol. 16 - n° 1 - p. 145-169.

6 - *A. BATENBURG, A.N. NAHAVANDI*

Steam generator water level control.
Proc. 3rd Congress IFAC (Londres 1966)

7 - *BAUER, LARMINAUX, LEMOINE, SUREAU*

Simulation numérique des générateurs de vapeur nucléaires -
XIIème journées de l'Hydraulique. (Paris - 1972).

8 - *G. BECKMANN, K. FRITZ, P.V. GILLI, H.K. LENDL*

Flow stability and dynamic behaviour of nuclear boilers -
B N E S - Londres - 22-23 mars 1973

9 - *J. BOULVEN*

Etude analogiques d'une chaufferie nucléaire de propulsion -
Revue Générale de l'Electricité. Tome 80 - n° 10 . Octobre 1971

10 - *J. BOURE*

Oscillations de débit - Modèles théoriques.
VIIIème journées de l'Hydraulique. Lille - 8-10 Juin 1964.

11 - J. BOURE

Contribution à l'étude théorique des oscillations dans les canaux chauffants à ébullition.
Thèse de Docteur-Ingénieur. Grenoble - Juillet 1965

12 - BOURE

Simulation de l'ébullition de l'eau à haute pression par d'autres fluides.
Cycle de conférences sur les écoulements diphasiques dans les générateurs de vapeur.
Ermenonville - Septembre 1970

13 - B. CARNAHAN, H.A. LUTHER, J.O. WILKES

Applied numerical methods - (Wiley, 1969)

14 - P. CASEAU, P. GODIN

Mathematical modelling of power plants.
Electrical Engineering Transactions (Australia - Mars 1969)

15 - P. CASEAU, R. CHAUSSARD, P. GODIN

Modélisation des centrales thermiques et études de fonctionnement
Vème Congrès I F A C - (Paris - 1972)

16 - P. CASEAU, P. GODIN, G. MALHOUITRE

Simulation numérique d'un générateur de vapeur.
Journées de l'AIM - Liège - 1970.

17 - H. CHELEMER, L.S. TONG, J. WEISMAN

Subchannel thermal analysis of rod bundle cores.
Nuclear Engineering and Design. vol. 21 - n° 1 - avril 1972 - p. 35-45.

18 - K.L. CHIEN, E.I.ERGIN, C. LING, A. LEE

Dynamic analysis of a boiler.
Trans. ASME - vol. 80 - 1958 - p. 1809-1819.

19 - P.C. CHIU, K.L. POON

Frequency response of pool boiling plants.
Journal of Heat. Transfer (Août 1971)

20 - *Programme C I R E. Rapport Final.*
EURATOM - EUR 3665 F (1967)

21 - J. CORTIER, G. de LIVOIS, L. LOOTEN

Instabilités du niveau de l'eau dans un réservoir de générateur de vapeur lors des variations de charge.
VIIIème Journées de l'Hydraulique - Lille - 8-10 Juin 1964.

22 - A.L. DAVIES

The speed of sound in mixtures of water and steam.
Symposium on two-phase flow dynamics.
Eindhoven - 1967

23 - J.M. DELHAYE

General equations of two-phase systems and their applications to air-water bubble flow and to steam-water flashing flow.
Publication ASME. 69HT63

24 - J.M. DELHAYE

Sur les équations générales des systèmes diphasiques.
CR Acad. Sc. Paris. t 267 - 28 octobre 1968

25 - A.L. DEXTER

Inherent control of a steam-generating heavy-water reactor.
"Multivariable control system design and applications"
IVth UKAC Control Convention (1 - 3 septembre 1971)

26 - R.M. DRAKE, R.G. ECKERT

Heat and Mass Transfer (Mac Graw-Hill - 1959)

27 - R.G. EWANS, S.W. GOUSE

Acoustic velocity in two-phase flow.
Symposium on two-phase flow dynamics.
Eindhoven - 1967

28 - S. FABREGA

Configurations d'écoulements diphasiques en conduite. Cycle de conférences sur les écoulements diphasiques dans les générateurs de vapeur. Ermenonville - septembre 1970.

29 - M. FAJEAU, NGUYEN LUONG THAN, J.P. SAUNIER

Code CACTUS - Rapport CEA. R 3039.

30 - I.C. FINLAY

Determining the dynamic response of heat exchangers
Chem. and Process Eng. Heat Transfer Survey.
Août 1966.

31 - EC. FIRMAN

Problèmes d'écoulements diphasiques dans les générateurs de vapeur de centrales. Journées Int. sur les échangeurs de chaleur.
IFCE - PARIS 1971.

32 - FLORSCHUETZ, OWENS

Transient versus steady state nucleate boiling.
Journal of Heat Transfer. vol. 94 - n° 3 - (1972) p. 331-333.

33 - G.E. FORSYTHE, W. WASOW

Finite differences methods for partial differential equations.
(Wiley - 1960).

34 - G. FREI, F. HIRMER, J. WEBER

Dynamic behaviour of a 660 MW nuclear power station
BNES - Londres - mars 1973.

35 - N. GILBERT, J.P. HSU

Transfer functions of heat exchangers
A.I. Ch. E. Journal - novembre 1972.

36 - J.C. GILLE, O. PALUSINSKI, P. VIDAL, S. WEGRZYN

Introduction à l'étude de la stabilité dans les espaces métriques.
(Dunod - 1971).

37 - J. GOETZE, W.C. PETERSON, M.G. ZAALOUK

Development and evaluation of transfer functions for nucleate, transition and film boiling.
Journal of the Franklin Institute.vol.285 - n° 4 - avril 1968.

38 - R.W. HAMMING

Numerical methods for scientists and engineers.
(Mac Graw-Hill - 1962)

39 - J.H. HEASLEY, G.B. WALLIS

Oscillations in two phase flow systems
Journal of Heat Transfer - Août 1961

40 - J.A. HEIL, B.H. VAN DEN WIJNGAERT

The behaviourof a vertical U-tube steam generator during load variations.
Symposium on two-phase flow dynamics - Eindhoven - 1967.

41 - J.A. HITCHCOCK, J.LIS, R.W. PRESTON

Comparison of the boiler model NUBOIL with transients measurements on a o
through boiler rig.
B N E S - Londres - mars 1973

42 - JOHNSON

Transient boiling heat transfer to water.
Int. Journal of Heat and Mass Transfer.
vol. 14 - n° 1 - (1971) p. 67-82.

43 - J.B. KNOWLES, A.J. ROBINS

Heat transfer regimes and transitions in boiler dynamics models.
B N E S - Londres - mars 1973.

44 - J. de LADONCHAMPS, J.J. VERDEAU

Réacteurs nucléaires à eau pressurisée. (Théorie, technologie et applica-
tions à la propulsion navale).
(Masson - 1972).

45 - M. LECRIQUE, J.F. QUENTIN

Choix d'un schéma de réglage du niveau de l'eau dans le réservoir des
générateurs de vapeur.
Automatisme - Tome XIV - n° 5 - mai 1969.

46 - M. LEDINEGG

Die Zweiphasenströmung
Mitteilungen der VGB. vol. 50 - n° 3 - juin 1970 - p. 216-228.

47 - P. LEFEVRE

Analyse et synthèse des systèmes échantillonnés linéaires
Cours ESE n° 2058.

48 - G. LEISTNER, B. RUDIGER, M. ZIMMERMANN

Vorgänge bei der Druckentlastung wassergekühlter
Reaktoren - Atomwirtschaft -mai 1970 - p. 235-238.

49 - W.H. Mac-ADAMS

Transmission de la chaleur (Dunod - 1964).

50 - R. MARCHAL

Sur les écoulements pulsatoires provoqués par les effets de
compressibilité dans les émulsions.
Revue Générale de Thermique - n° 6 - juin 1962.

51 - W.A. MASSENA

Steam Water pressure drop and critical discharge flow
H W 65706 (1960).

52 - A.M. MITRY, W.C. PETERSON, M.G. ZAALOUK

On the dynamics of nucleate boiling - Nuclear Engineering and Design - 21 - 1972

53 - F.J. MOODY

Maximum two-phase vessel blowdown from pipes. Journal of Heat Transfer. août 1966. p. 285-295

54 - F.J. MOODY

Maximum flow rate of a single component two-phase mixture. Trans. of the ASME - février 1965 - p. 134-143.

55 - M.D. MURRELL

Boiler simulation - P W R station dynamics. B N E S - Londres - mars 1973.

56 - A.N. NAHAVANDI, R.F. VON HOLLEN

A space - dependant dynamic analysis of a B W R. Nuclear Science Eng. vol. 20 - 1964 - p. 392-413.

57 - L.G. NEAL, S.M. ZIVI

Hydrodynamics instabilities in boiling loops. Lecture series on boiling and two-phase flow for heat transfer engineers. (Berkeley - 27-28 mai 1965).

58 - G. OTTE

Algorithmic model formation of systems with distributed parameters - Vème Congrès I F A C - Paris 1972.

59 - W.C. PETERSON, M.G. ZAALOUK

On film boiling dynamics and its measurement.
Journal of the Franklin Institute vol. 292 - n° 3 - septembre 1971.

60 - R. POTTER

A review of two-phase flow instability aspects of boiler dynamics.
B N E S - Londres - mars 1973.

61 - C.A. PRINS

Momentum flux in two-phase flow.
J. of Heat Transfer. vol. 91 - n° 3 - (1969) - p. 454, 455.

62 - J.C. RADIX

Introduction au filtrage numérique. (Eyrolles - 1970).

63 - A. RALSTON, H.S. WILF

Méthodes mathématiques pour calculateurs numériques.
(Dunod - 1965).

64 - *D. SAPHIER, J.R. WOLBERG, S. YIFATH*

A steam generator model for dual purpase nuclear power plant simulation. (Calcul analogique et hybride appliqué à l'énergie nucléaire - 16-18 sept. 1968 - Versailles).

65 - *K.SEKOGUCHI, Wen-Jei YANG*

Dynamic analysis of drum-type boiler system through digital simulation. Proceedings of the 2nd I F A C Symposium. Düsseldorf - 11-13 octobre 1971.

66 - *R. SEMERIA*

Pertes de pression singulières en écoulements liquide-vapeur. (Cycle de conférences sur les écoulements diphasiques dans les générateurs de vapeur. Ermenonville. 14-18 septembre 1970).

67 - *M.SHINDO, R. TAKAHASHI*

Theoretical study of two-phase flow oscillation in a hot channel. J. of Nuclear Science and Technology (Japan) vol. 8, n° 11, (1971) p. 637-643.

68 - *G. STANDART*

The mass, momentum and energy equations for heterogeneous flow systems. Ch. Eng - Science - vol. 19 - (1964) p. 227-236.

69 - E. TAYLOR

Modeling of once-through boiler dynamics.
B N E S - Londres 22-23 mars 1973.

70 - THOMPSON F.T.

A dynamic model of a drum-type boiler system.
I E E E Trans. on Power Apparatus System.
vol. 86 - n° 5 (1967) p. 625-635.

71 - L. S. TONG

Heat - transfer mechanisms in nucleate and film boiling.
Nucl. Eng. Des. - 21 - (1972).

72 - L. S. TONG

Boiling heat transfer and two-phase flow (Wiley - 1966).

73 - R. VICHNEVETSKY

Use of functional approximation methods in the computer solution of initial partial differential equations problems I E E E Trans. on Computers
vol. 18 - n° 6 - (1969) p. 499.

74 - M. YOSHIE

An investigation for dynamics of steam generator.
Proceedings of the 10th Japan National Congress for Applied Mechanics (1960)

75 - M. YOSHIE

Variable pressure operating system of steam power plant optimized by compute
Vème Congrès I F A C - Paris - 12-17 juin 1972.